Aprender a calcular com o InZeDoku

Dossiê de propostas pedagógicas

Versão 1.33 — 1 octobre 2026

Propostas para a aula — o senhor é que manda em sua casa.

InZeMobile

TABLE DES MATIÈRES

Prefácio 3

Partie 1 — Antes de começar

Capítulo I — O que este dossiê propõe 7
Capítulo II — Do que se precisa 9
Capítulo III — Uma turma, uma só grelha 12

Partie 2 — Uma aula, quatro tempos

Capítulo IV — Juntos, no quadro 19
Capítulo V — Em grupos 22
Capítulo VI — Sozinho, na aula 24
Capítulo VII — Em trabalho de casa, e a correção 26

Partie 3 — As fichas, por noção

Capítulo VIII — As adições 31
Capítulo IX — As subtrações 33
Capítulo X — As tabuadas 36
Capítulo XI — As quatro operações 40
Capítulo XII — As frações 43
Capítulo XIII — Os números com vírgula 46
Capítulo XIV — Sem um único algarismo 49

Anexos

Anexo A — Todas as fichas num relance 55
Anexo B — O que a versão gratuita permite 58
Anexo C — Onde procurar no manual do jogador 61
Anexo D — As regras de dedução, uma a uma 63

Lexique 69

Table des figures

Index thématique 73

Index alphabétique 74

Prefácio

Este dossiê dirige-se a si, que ensina. Não se dirige à criança.

O InZeDoku é um jogo, e tem o seu manual — *O manual do jogador*, duzentas e vinte e quatro páginas que descrevem cada modo, cada geometria, cada definição. Este dossiê não o refaz. Responde a outra pergunta : **o que se faz com ele, com vinte e cinco alunos e cinquenta minutos ?**

Três coisas o resumem.

Nada do que se segue é uma instrução. O senhor conhece a sua turma, os seus hábitos, o seu nível real, e o que resultou no ano passado. Este dossiê propõe uma progressão porque é preciso propor alguma ; o senhor tomá-la-á pelo meio, ao contrário, ou não a tomará de todo. Onde escreve « faz-se », leia « poder-se-ia ».

Tudo o que aqui se descreve joga-se na versão gratuita. Nem uma ficha pede para comprar seja o que for. Não é uma facilidade de redação : uma escola não tem orçamento para uma aplicação, e um dossiê que o esquecesse não serviria de nada. Os raros sítios onde a versão completa abriria algo mais são assinalados uma vez, sem insistir.

As grelhas deste dossiê são reproduzíveis tal e qual. Cada ficha leva um CÓDIGO DE JOGO[^lex-convention] : uma curta sequência de caracteres que o aluno digita, e que lhe dá *exatamente* a grelha da ficha. Não uma grelha do mesmo género — a mesma. É o que torna possível corrigir no quadro, dar um trabalho de casa, comparar dois exercícios. Estes códigos foram produzidos pelo próprio jogo e são verificados em cada versão.

O jogo funciona fora de linha, não pede conta nenhuma, não mostra publicidade nenhuma e não recolhe nada. Não há pois nada a preparar do lado administrativo, nem nada a fazer assinar aos pais.

Partie 1

Antes de começar

Capítulo I — O que este dossiê propõe

1.1 — Uma grelha de sudoku em que é preciso calcular

O InZeDoku é um jogo de sudoku, e o modo que aqui nos interessa chama-se **Calcudoku**. O princípio cabe em duas frases. Como num sudoku, cada linha e cada coluna levam cada número uma vez e uma só. Mas a grelha está além disso recortada em pequenos grupos de casas, cada um formando uma GAIOLA — e cada uma anuncia um resultado e uma operação : `7+` quer dizer que os números da gaiola dão 7 somando-os.

A criança tem, portanto, duas coisas a fazer ao mesmo tempo, e apoiam-se uma na outra : **calcular** para saber o que poderia ir numa gaiola, e **deduzir** para saber qual das possibilidades se aguenta na linha e na coluna. Não é um exercício de cálculo disfarçado de jogo : é um problema em que o cálculo serve para alguma coisa, e em que um erro de cálculo se vê — a grelha acaba por contradizer-se.

1.2 — Duas dificuldades, dois botões

Eis o que faz deste jogo uma ferramenta de aula mais do que um passatempo, e é o ponto a reter de todo este dossiê : **a dificuldade do cálculo e a da dedução regulam-se separadamente**.

O nível — Fácil, Média, Difícil, Perito — só toca a dedução : quanta informação dá a grelha, até onde é preciso raciocinar. Os números, esses, regulam-se noutro sítio : que operações aparecem, que números levam as casas, que tamanho as gaiolas têm o direito de atingir.

Concretamente, isso quer dizer que se pode dar a uma criança de sete anos uma grelha cuja **aritmética está exatamente ao seu alcance** — adições de dois números entre 1 e 5 — num tabuleiro suficientemente pequeno para que a acabe. E que se pode dar à mesma criança, três meses mais tarde, exatamente o mesmo tabuleiro com multiplicações. O sudoku não se mexeu ; o que ele trabalha mudou.

É também o que explica a forma deste dossiê : as fichas da terceira parte estão ordenadas **por noção matemática**, e não por idade. A ordem por que se aprendem as operações é mais ou menos a mesma em toda a parte ; a idade a que se aprendem, não. Cada ficha indica portanto a noção primeiro, e uma idade entre parênteses, como uma referência e nada mais.

1.3 — A verdadeira lição : raciocinar ao contrário

Há uma coisa que este modo faz e que uma folha de exercícios não faz, e merece ser dita antes de tudo o resto.

Diante de uma gaiola `7+` de duas casas, a criança não calcula 3 + 4. Procura **que pares dão 7**. Diante de `15×`, não calcula 3 × 5 : procura **que fatores dão 15**. É a operação lida ao contrário — a decomposição em vez da adição, a fatorização em vez do produto.

Isso vale para as quatro operações, e é **mais exigente** do que o cálculo direto : não há uma resposta mas uma família de respostas, e é preciso tê-las todas na cabeça o tempo de ver qual delas a linha autoriza. É precisamente essa concentração que faz reter. Uma criança que procurou dez vezes que pares dão 12 sabe a sua tabuada melhor do que aquela que escreveu dez vezes « 3 × 4 = 12 ».

É também por isso que as mesmas tabuadas, trabalhadas aqui, não se parecem com uma repetição — e por isso que uma criança pede mais.

1.4 — Uma definição a conhecer já

Já que dela se falou : « **Duas casas no máximo** ».

É um interruptor do mosaico ÷, e obriga cada gaiola a caber num par. Uma gaiola de multiplicação torna-se então exatamente o que se procura — `21×` em duas casas é 3 × 7 e mais nada. Para uma aula de tabuadas ou de adições simples, é a definição que muda tudo.

É anunciada aqui, logo no primeiro capítulo, porque um professor que a procura e não a encontra fecha o dossiê concluindo que o jogo não sabe fazê-lo — quando o faz muito bem. A ficha do capítulo X detalha-a.

1.5 — A progressão que este dossiê sugere

A segunda parte descreve uma aula em quatro tempos : mostra-se a grelha **juntos** no quadro, depois faz-se **em grupos**, depois **sozinho na aula**, depois **em casa**. Não são quatro aulas obrigatórias ; é uma trajetória, que se percorre numa hora com uma turma que acompanha, ou ao longo de três semanas com uma turma que descobre.

Esta divisão nada tem de original. O que o é, é que o jogo permite fazê-la com **a mesma grelha** de ponta a ponta, e qualquer que seja o suporte : projetada no quadro, aberta num tablet, ou fotocopiada. Qualquer um dos quatro tempos pode portanto dispensar o ecrã — os quatro, se o senhor quiser — sem que a turma mude de exercício. O capítulo III explica porquê, e o capítulo II o que é preciso para isso : menos do que se julga.

1.6 — O que este dossiê não faz

Não prescreve nada. O senhor é que manda em sua casa, e uma turma não se pilota a partir de um livro.

Também não substitui o manual do jogador : assim que uma pergunta é sobre *como o jogo funciona* em vez de *o que fazer com ele*, este dossiê remete para o manual em vez de o copiar. O anexo C dá a tabela das remissões.

E não pretende que o jogo substitua o ensino do cálculo. Uma criança que nunca armou uma adição não o aprenderá aqui. O que o jogo faz bem é o **treino** : repetição que não se parece com repetição, e uma verificação que vem da grelha e não do adulto.

Capítulo II — Do que se precisa

2.1 — O jogo existe sob três formas

Há **a aplicação Android**, a que se instala num telemóvel ou num tablet. Funciona inteiramente fora de linha : uma vez instalada, já não precisa de rede, e o estabelecimento não tem nada a abrir na sua firewall.

Há **a demo web**, que se abre num navegador, em qualquer computador, sem instalar nada. É essa que se projeta. Faz jus ao seu nome de demo : a página **fica presa enquanto fabrica uma grelha**, porque um navegador não lhe dá um fio de cálculo separado. Nos pequenos tabuleiros de que este dossiê se serve — quatro e cinco casas de lado — isso dura uma fração de segundo e não se nota. Num tabuleiro de vinte casas de lado dura, e o ecrã parece pendurado.

E há **o mesmo jogo, projetado a partir de um tablet**, espelhando o seu ecrã no videoprojetor. É a solução se a sua sala não tiver computador, e tem uma vantagem : o tablet nunca fica preso.

Os três dão **a mesma grelha para um mesmo código**. Não é uma suposição : os dois motores foram comparados grelha a grelha.

2.2 — Projetar, a primeira vez

Figure 2.1 — O ecrã inicial : cada mosaico é uma definição, e mostra o seu valor

O ecrã inicial é feito de mosaicos coloridos. Cada um é uma definição — o modo, a dificuldade, o tamanho do tabuleiro, as operações, os números — e cada um **mostra o valor escolhido** sem que seja preciso abri-lo. É cómodo no quadro : a turma vê o que se regula antes de jogar.

Para uma primeira projeção não há nada a preparar. Abre-se a demo, digita-se um código no menu ☰ (capítulo III), e a grelha está lá.

Um conselho que parece não ser nada : **amplie**. O tabuleiro belisca-se com dois dedos no tablet, e amplia-se no navegador do computador (`Ctrl` e `+`). Uma grelha de cinco casas de lado projetada em grande lê-se do fundo da sala ; a mesma ao tamanho do ecrã não se lê na terceira fila.

2.3 — O teclado, se tiver um

No computador — e em qualquer tablet a que se ligue um teclado — joga-se com o teclado. Os algarismos põem um valor, as setas deslocam a casa, `Espaço` passa ao lápis, `Del` apaga, `Ctrl+Z` anula.

Isso muda a demonstração no quadro : não se procura uma casa com o dedo num ecrã espelhado, digita-se. E `Ctrl+Z` é precioso diante de uma turma — um erro voluntário, mostrado e depois anulado, vale mais do que um longo discurso.

2.4 — Aquilo de que não precisa

Nenhuma conta, nenhuma inscrição, nenhum endereço de correio eletrónico — nem o seu nem o dos alunos. O jogo não pede nada e não envia nada.

Nenhuma ligação durante a aula, salvo para carregar a página da demo da primeira vez.

Nenhuma licença de estabelecimento : a versão gratuita chega para tudo o que este dossiê descreve. O anexo B diz exatamente por onde passa a fronteira, para que não tenha de a descobrir em plena aula.

E sobretudo, **nenhum aparelho para os alunos**. O ponto merece ser dito com clareza, porque não se espera de um dossiê construído à volta de uma aplicação : as grelhas imprimem-se, e uma turma inteira pode fazer a aula a lápis, em fotocópia, sem que uma única criança toque num ecrã. Basta então um posto — o seu — para preparar as grelhas, e uma fotocopiadora.

Não é um remendo para uma sala mal equipada. O cálculo e a dedução fazem-se na cabeça, não no aparelho ; o ecrã é apenas um meio cómodo de distribuir a grelha e de a verificar. O que se perde ao passar ao papel é real mas curto — a correção imediata, o lápis que se apaga sem deixar rasto, o voltar atrás — e substitui-se pelo que existia antes dele : uma borracha, e o senhor.

A grelha, essa, viaja de qualquer modo por um código de alguns caracteres, que é o assunto do capítulo seguinte — onde se verá também como sair com essas folhas.

Capítulo III — Uma turma, uma só grelha

3.1 — O problema que isso resolve

Um jogo de sudoku que sorteia uma grelha ao acaso é inutilizável na aula. Cada aluno tem a sua, ninguém pode ajudar outro sem se enganar no tabuleiro, e a correção no quadro deixa de querer dizer o que quer que seja.

O InZeDoku não armazena as suas grelhas : **fabrica-as** a partir de um número, e o mesmo número devolve sempre a mesma grelha, em qualquer aparelho. É o que permite designá-la por uma curta cadeia em vez de a transportar.

3.2 — Com que se parece um código

Tomemos o da primeira ficha deste dossiê :

```
G4CS41OP-a30y6s-IU
```

Lê-se da esquerda para a direita. Primeiro `G1` : a **versão do gerador**, ou seja, a maneira de fabricar as grelhas que produziu esta. Depois `C` para Calcudoku, `S` para um tabuleiro quadrado, `4` para quatro casas de lado, `1` para o nível Fácil, e `OP` — o bloco das operações, aqui só a adição. Depois do travessão, `b` é o número da grelha. E `RM`, depois do segundo travessão, é uma **chave de controlo**.

A versão à cabeça parece um pormenor e não é. O jogo não armazena as suas grelhas, refá-las — e um número de grelha só devolve a boa com **o gerador que a fez**. Ao levá-la, o código diz à aplicação qual empregar em vez de a fazer adivinhar. E como as antigas maneiras de fabricar são conservadas, um código nunca deixa de funcionar : aquele que o senhor distribui este ano abrirá a mesma grelha daqui a cinco anos.

A chave de controlo merece uma palavra porque foi acrescentada a pensar exatamente na sua situação : *se se digitar mal o código, não se quereria obter outra grelha*. Sem ela, um erro de digitação que caia por azar num código **válido** abre uma grelha vizinha, em silêncio, e o aluno trabalha noutra coisa que não os colegas. Com ela, **qualquer falha num caractere e qualquer troca de dois caracteres vizinhos são recusadas**. O jogo diz « código não reconhecido », o que é infinitamente preferível.

A chave é facultativa : os códigos que não a levam continuam válidos. Mas todos os códigos deste dossiê levam uma, e é por isso.

3.3 — Onde se digita

*Figure 3.1 — O botão **Código**, à direita de Jogar : o único sítio por onde entra um jogo*

No ecrã inicial, à direita do botão Jogar : a pastilha **Código**. Digita-se, e **a configuração aparece por extenso sob o campo** à medida que se escreve — modo, geometria, nível. O aluno vê pois o que vai abrir antes de o abrir, o que apanha o erro de digitação ainda melhor do que a chave.

O botão está nesse sítio por uma razão que lhe diz respeito : introduzir um código é uma **partida**, tal como Jogar, e não uma definição. Enterrado num menu, tornava-se impossível de encontrar para uma criança de oito anos a quem se dita um código no quadro.

Duas pastilhas completam o campo : **Colar um jogo**, para um código recebido por mensagem, e **Ler um QR**.

3.4 — O QR, quando o ecrã está projetado

Figure 3.2 — O QR mostrado no quadro ; a turma lê-o, cada um tem a grelha

É o gesto mais eficaz de todo este dossiê, e vale a pena repeti-lo uma vez para o instalar.

O senhor abre a grelha no ecrã projetado. Sob o tabuleiro, um botão mostra o seu **QR**. Os alunos carregam em **Código → Ler um QR**, apontam ao quadro, e a grelha abre-se **diretamente** : um QR não tem erro de digitação a corrigir, não há pois nada a confirmar. Vinte e cinco alunos num minuto, sem ditar, sem soletrar.

A câmara só é pedida **nesse momento**, nunca na instalação, e um aluno que recuse não fica bloqueado : o código escrito no quadro funciona sempre.

E nem sequer precisa de projetar seja o que for : **cada ficha deste dossiê leva o QR da sua grelha**, ao lado do seu código. Uma página fotocopiada, ou o livro aberto sob a câmara do visualizador, basta para distribuir a grelha a toda a turma.

3.5 — Transmitir uma grelha começada

Existe uma segunda forma do código, mais longa, que leva **o que já está escrito na grelha** — os valores postos e as hipóteses a lápis. É o CÓDIGO DE ESTADO, e obtém-se pelo botão em forma de grelha, ao lado do código.

Na aula, serve para uma coisa precisa : **retomar o trabalho de um aluno onde ele vai**. Ele envia-lhe a sua cadeia, o senhor abre-a no ecrã projetado, e a turma olha para o seu raciocínio em vez de uma grelha vazia.

Circula nos dois sentidos, e é daí que vem a flexibilidade da aula. Uma grelha começada em conjunto no quadro acaba-se em casa : se o tempo faltou, a lição não se perde e a turma não fica atrasada.

Um jogo sem hipótese nenhuma a lápis cabe numa dezena de caracteres — é o próprio código de jogo. São as hipóteses que pesam, e só elas : uma grelha de nove casas inteiramente escrita a lápis aproxima-se dos novecentos caracteres. Para além do que uma câmara sabe reler, o jogo recusa-se a mostrar um QR e remete-o para a cadeia, em vez de mostrar um mosaico ilegível.

O anexo A reúne todos os códigos deste dossiê numa página, pronta a imprimir.

3.6 — Quando não há ecrã nem telefone

Essa página somos nós que a imprimimos para si. Mas a aplicação sabe fazer o mesmo com qualquer grelha, e é o que resta quando a sala não tem videoprojetor, quando os telemóveis ficam nas mochilas, ou quando o trabalho de casa tem de sair em papel.

Uma grelha para fotocopiar. Abra a grelha, depois o último botão da fila do código, sob o tabuleiro. Abre-se uma janelinha. **Grelha vazia** já lá está aceso, e é o de que precisa : a folha sai sem nada preenchido. Uma fotocópia por aluno, e toda a turma tem o mesmo tabuleiro.

A solução, só se a pedir. O segundo interruptor, **Juntar a solução**, está apagado. Acenda-o e sai uma segunda página com a grelha resolvida — o seu exemplar, não o dos alunos. Nunca se acende sozinho, o que evita a solução que por descuido se enfia na pilha que se distribui.

O caminho de um aluno. Um terceiro interruptor aparece assim que um jogo conta pelo menos uma jogada : **Caminho do jogador**. Faz sair uma página que retoma as jogadas **pela ordem em que foram feitas**, cada uma com a regra que então se aplicava, e a grelha à cabeça com as casas erradas marcadas. É a ferramenta da correção : o capítulo VII explica como a ler, e sobretudo o que ela não diz.

A folha dos códigos. Se preparou várias grelhas de antemão, « Partidas em curso » imprime-as todas de uma vez : uma vinheta por jogo, com o seu código e o seu QR. É a folha que se guarda ao lado durante a aula — o código a ditar, o QR a fazer ler, sem nada a reencontrar na aplicação a meio da aula.

Essa lista é também o seu dossiê. Uma grelha **terminada** já não sai dela : passa para o separador **Terminadas**, o que lhe permite relê-la ou imprimi-la muito tempo depois da aula. Cada jogo aceita um **comentário** — o nome do aluno, a data, o que emperrou —

que aparece diretamente na lista, sem abrir nada ; e um **cadeado** põe-no a salvo, incluindo da supressão em bloco e do teto de vinte jogos. O que basta para guardar os exercícios de uma aula sem recear que um gesto infeliz os leve.

Um pormenor que conta : o QR dessa folha leva a **grelha vazia**, e nunca o seu jogo em curso. O que os seus alunos recebem é o tabuleiro, não as suas tentativas.

Cada folha de grelha leva igualmente o seu código e o seu QR. O aluno que prefere trabalhar no ecrã reencontra portanto exatamente a grelha da sua fotocópia, e o senhor não tem nada a copiar para o quadro.

Partie 2

Uma aula, quatro tempos

Capítulo IV — Juntos, no quadro

O que se procura : que a regra seja compreendida. Não que uma grelha fique acabada.

4.1 — Começar por um sudoku, sem cálculo

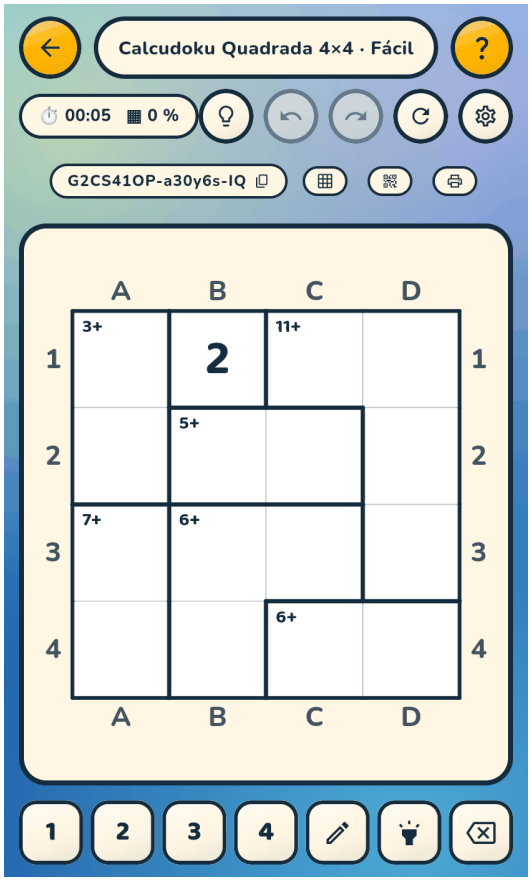

Figure 4.1 — Quatro casas de lado : a regra cabe num ecrã

Antes do cálculo, a regra do sudoku. Um tabuleiro de **quatro casas de lado** chega, e tem uma vantagem sobre o 9×9 clássico : dá-se-lhe a volta em voz alta em três minutos.

Grelha	Código	Para ler
Sudoku, 4 × 4, Fácil, doze casas a preencher	`G4SS41-d28-j6x-3B`	

Projete-o e faça a pergunta à turma em vez de a um aluno : *onde é que temos a certeza do que pôr ?* Há sempre uma casa em que três dos quatro números já estão visíveis na linha, na coluna ou no bloco. Preenche-se, e recomeça-se. Em doze casas, toda a gente viu a mecânica.

O tabuleiro leva as suas **referências** — as letras das colunas, os algarismos das linhas — o que lhe evita apontar com o dedo para um ecrã que nem todos veem sob o mesmo ângulo : pergunta-se *e em* `C2` *?*, e a turma procura no mesmo sítio. É também a notação do anexo D e a que a aplicação emprega quando responde a um aluno encravado.

Se tiver um só momento, salte esta etapa e vá diretamente ao Calcudoku : a regra do sudoku explica-se pelo caminho.

4.2 — Depois a mesma coisa, com gaiolas

Grelha	Código	Para ler
Calcudoku, 4 × 4, só adições, Fácil, quinze casas	`G4CS41OP-a30y6s-IU`	

Esta grelha dá **uma só casa**. Todo o resto vem das gaiolas, e é o que se quer : a criança não pode começar por copiar, tem de calcular.

Mostre primeiro o que quer dizer uma etiqueta. `7+` em duas casas : dois números que dão 7. Pergunte quais — num tabuleiro de quatro são 3 e 4, e não há outra possibilidade. É o momento em que a turma percebe que **a gaiola reduz as escolhas**, e é tudo o que é preciso ter percebido para jogar.

Pegue depois numa gaiola de três casas e deixe-os procurar : há várias respostas possíveis, e é a linha ou a coluna que decide. A segunda ideia está aí, e não há uma terceira.

4.3 — Enganar-se diante de toda a gente

Ponha de propósito um valor falso, e deixe-o. Duas casas mais adiante, a grelha contradiz-se — duas vezes o mesmo número numa linha, e o jogo **risca as duas com uma cruz**.

É o momento mais útil da aula. Não é o senhor que corrige, é a grelha ; e o aluno que daqui a pouco se enganar descobri-lo-á da mesma maneira, sem ter de levantar a mão. Mostre depois `Ctrl+Z`, ou o botão de anular, e recomece.

4.4 — Dois erros a não cometer

Não acabar a grelha. Uma grelha terminada no quadro é uma grelha que a turma já não tem vontade de fazer. Pare ao fim de cinco ou seis casas.

Não explicar as definições. As operações, os números, os níveis : nada disso tem interesse para um aluno, e tudo isso é trabalho seu. Nesta fase, a única coisa que conta é a regra do jogo.

Capítulo V — Em grupos

O que se procura : que o raciocínio se diga em voz alta.

5.1 — Porquê o grupo, aqui

Um Calcudoku presta-se mal ao trabalho silencioso e bem ao trabalho a dois ou a três, por uma razão que está na sua estrutura : **as duas metades do raciocínio repartem-se naturalmente**. Um procura o que a gaiola autoriza — « 7 em duas casas são 3 e 4 » —, o outro procura o que a linha proíbe. Os dois respondem-se, e é forçoso que falem.

Dois ou três alunos por aparelho, não mais. A quatro, dois ficam a olhar.

5.2 — A mesma grelha para todos os grupos

Grelha	Código	Para ler
Calcudoku, 5 × 5, `+ −`, Fácil, vinte e quatro casas	`G4CS51OPM-edxmz1-3R`	

É aqui que o código ganha todo o seu sentido. Todos os grupos trabalham **exatamente a mesma grelha**, portanto :

- um grupo encravado pode ser mandado ver outro grupo, e o que lá encontrar ser-lhe-á realmente útil ;
- uma observação feita a um grupo vale para toda a turma, e o senhor pode anunciá-la em voz alta sem revelar nada de inútil ;
- a correção, no fim, faz-se sobre o tabuleiro que toda a gente tem diante dos olhos.

O QR mostrado no quadro distribui a grelha num minuto (capítulo III). Na falta disso, o código escrito a giz : onze caracteres.

5.3 — O que faz durante esse tempo

O senhor passa pelas mesas, e não dá valores. Três perguntas chegam quase sempre, e resultam em qualquer grelha :

- *Qual é a gaiola mais condicionada ?* — a de duas casas com um resultado grande ou muito pequeno. É sempre por aí que se entra.
- *O que é que esta linha proíbe ?* — a pergunta que os grupos esquecem, porque olham para as gaiolas.
- *Têm a certeza, ou estão a tentar ?* — e, se for uma tentativa, tem um sítio onde viver : o lápis.

5.4 — O lápis, a mostrar agora

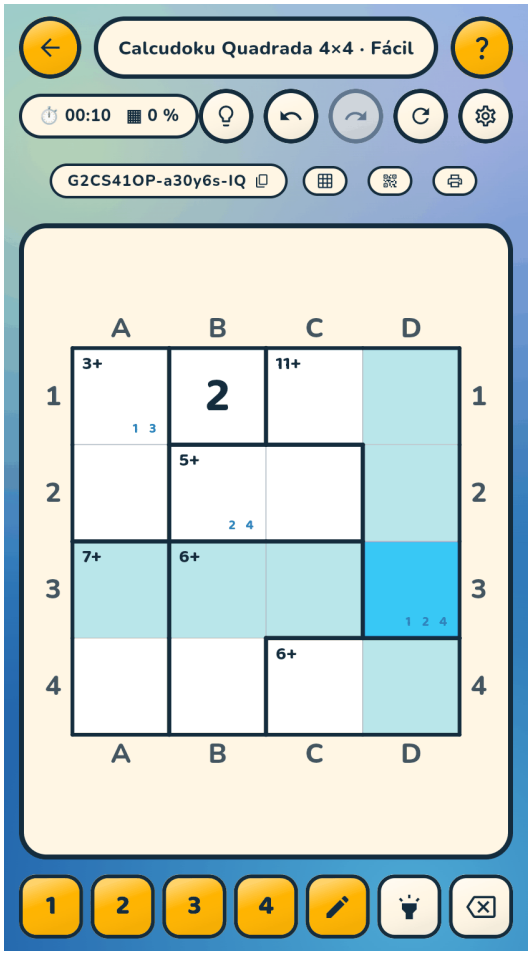

Figure 5.1 — As hipóteses escrevem-se em pequeno no canto da casa

O botão do lápis comuta o teclado : um algarismo digitado já não preenche a casa, **anota-se lá em pequeno**. Digita-se uma segunda vez e desaparece.

É a ferramenta do trabalho em grupo. « 3 ou 4 » escrito numa casa é uma informação partilhada, que os dois alunos veem e discutem ; a mesma informação na cabeça de um só não serve a ninguém. Mostre-o no quadro antes de lançar os grupos — trinta segundos chegam.

Uma pressão longa numa casa faz entrar no lápis e permite, arrastando o dedo, **anotar a mesma hipótese em várias casas de uma só vez**. Útil quando se quer marcar « estas três casas são as únicas que podem levar o 5 ».

Capítulo VI — Sozinho, na aula

O que se procura : que cada um vá até ao fim de uma grelha, uma vez.

6.1 — Acabar conta mais do que acabar depressa

É o momento em que se descobre que a turma não avança ao mesmo ritmo, e é normal : o Calcudoku mistura duas competências, e um aluno rápido no cálculo pode ser lento na dedução — e o contrário também.

Grelha	Código	Para ler
Calcudoku, 5 × 5, `+ −`, Média, vinte e três casas	`G4CS52OPM-dc93mz-WS`	

Este tabuleiro é o mesmo do trabalho em grupo, um degrau mais difícil. A continuidade é querida : o aluno reencontra uma grelha cuja forma conhece, e já não tem de aprender a interface ao mesmo tempo que o raciocínio.

O jogo mostra permanentemente **o tempo decorrido e a percentagem preenchida**. A percentagem só conta as casas que o aluno tem de preencher — as casas dadas não entram, não dizem nada sobre o ponto em que ele vai. É uma referência útil para si : com um relance a um ecrã sabe onde vai um aluno sem lhe falar.

Não compare os cronómetros em voz alta. O cronómetro serve a quem joga, não a uma classificação.

6.2 — O que se faz de um aluno encravado

Três alavancas, da mais leve à mais pesada.

O lápis, primeiro : um aluno encravado deixou quase sempre de escrever as suas hipóteses. Pedir-lhe que anote, em três casas, o que ainda é possível desencrava-o mais vezes do que uma pista.

Depois uma grelha mais fácil : o mesmo tabuleiro no nível Fácil é outro código, dado no anexo A. Mudar de nível não é um fracasso, é uma definição — e o aluno não perde a face, já que muda de grelha, não de categoria.

O olho, em último lugar. O botão em forma de olho mostra a solução completa, só de leitura : enquanto está ativo, **todo o teclado está desativado** e nada pode ser modificado. É deliberado. Olha-se, fecha-se de novo, retoma-se a sua grelha intacta. Diga-o aos alunos : não é fazer batota, é uma solução — mas uma solução que não se pode copiar casa a casa sem ter fechado e reencontrado a sua própria grelha.

6.3 — O que se faz dos que não acabaram

Nada de especial : **o jogo grava-se sozinho** assim que se deixa o ecrã. Reaparece no cartão *Retomar o jogo* do ecrã inicial, com o seu cronómetro e o seu avanço, e reabre-se exatamente onde foi deixado. O jogo guarda vinte de cada vez.

É o que permite acabar a aula a horas sem que ninguém perca o seu trabalho — e retomar a mesma grelha na semana seguinte.

6.4 — A mesma aula, em papel

Tudo o que precede supõe um ecrã por aluno, e muitas turmas não o têm. Este momento resulta igualmente bem em **fotocópia** : o senhor tira a grelha vazia uma vez, reproduz-a, e cada um a resolve a lápis. O capítulo III detalha a janela de impressão ; aqui basta saber que é possível, e que não é uma versão de segunda.

O desenrolar não muda. As hipóteses escrevem-se em pequeno no canto das casas, exatamente onde o jogo as põe — a aplicação não inventou nada, retomou o gesto. A solução é a segunda página, a que só se imprime para si. E o aluno que queira prosseguir em casa encontra **o código e o QR ao pé da sua folha** : reencontra a sua grelha tal e qual, sem que o senhor tenha nada a copiar para o quadro.

O que se perde resume-se a três coisas, e mais vale conhecê-las antes da aula : a grelha já não assinala o erro no momento em que ele se faz, o olho já não mostra a solução pelo caminho, e não há cronómetro nem percentagem para lhe dizer com um olhar onde vai a turma — o senhor volta a passar pelas filas, como em qualquer outro exercício. Em troca, vinte e cinco exercícios ficam nas mesas até à correção, e isso nenhum ecrã o faz.

Capítulo VII — Em trabalho de casa, e a correção

O que se procura : que o trabalho feito em casa se possa verificar sem copiar vinte e cinco grelhas.

7.1 — Marcar o trabalho de casa

Grelha	Código	Para ler
Calcudoku, 5 × 5, `+ − ×`, Média, vinte e quatro casas	`G4CS52OPMT-6bgf1z-4A`	

Um trabalho de casa pode caber numa linha da caderneta : **o código**. O aluno digita-o em casa, no telemóvel da família, e obtém a grelha da turma inteira. Nada a imprimir, nada a distribuir, nada a reencontrar no fundo de uma mochila.

Dite-o, ou mande-o copiar do quadro, ou envie-o pelo canal que já utiliza. A chave de controlo faz o seu trabalho : um código copiado torto é recusado em vez de abrir outra coisa.

O trabalho de casa não é forçosamente uma grelha nova. Pode dar **aquela que começou na aula**, no ponto exato onde pararam : o código de estado transmite-a tal como está, casas preenchidas e hipóteses incluídas.

Para as primeiras grelhas, é uma maneira de **escalonar a progressão**. O momento em que é preciso realmente procurar está no início, quando a grelha ainda está vazia ; passado esse momento, acaba-se com o que se acabou de aprender. Abra então a grelha com eles, atravessem juntos a passagem difícil, e confie-lhes a continuação — aquela que podem acabar sozinhos.

Duas precauções merecem ser ditas às famílias, uma vez :

- **o jogo funciona sem ligação** — em casa não é preciso internet, só instalá-lo uma vez ;
- **não há nada a pagar** : todas as grelhas deste dossiê se acabam na versão gratuita.

7.2 — O mesmo trabalho de casa, em papel

Tudo isso supõe que haja um aparelho em casa, e não é o caso em toda a parte — nem em todas as famílias de uma mesma turma. O trabalho de casa dá-se portanto igualmente bem **em fotocópia** : a grelha vazia, uma por aluno. É então um trabalho de matemática como outro qualquer, feito a lápis, recolhido e corrigido na segunda página — a que leva a solução, e que só se imprime para si.

O mais simples é mesmo não escolher. A folha impressa leva **o seu próprio código e o seu QR** : distribua-a a toda a gente, e cada família pega no que tem. Os que dispõem de um tablet leem o canto da página e reencontram exatamente a grelha da fotocópia ; os outros tiram uma borracha. Ninguém tem um trabalho de casa diferente do do vizinho, e o senhor não teve de perguntar a ninguém o que possui.

Resta o que uma cópia em papel não traz, e é justamente o assunto do que se segue.

7.3 — Corrigir sem recolher

É aqui que o segundo formato, o código de estado do capítulo III, muda a natureza do exercício.

Figure 7.1 — Cada jogo guarda o seu cronómetro e o seu avanço

O aluno copia o seu jogo — botão *copiar* na linha da lista — e envia-lhe a cadeia. O senhor cola-a no ecrã projetado, e **a grelha dele aparece tal como a deixou** : os seus valores, as suas hipóteses a lápis, as suas casas vazias.

O que vê então não é uma nota, é um **raciocínio**. As hipóteses a lápis dizem onde ele hesitou ; as casas vazias dizem onde desistiu. Uma cópia em papel mostra já uma parte disso — as rasuras e o lápis falam —, mas nunca a **ordem** pela qual tudo isso se fez, e é aí que o ecrã acrescenta alguma coisa.

E mesmo assim só vê o **estado de chegada**. O caminho que lá leva, a aplicação também o guarda, e sabe devolvê-lo : o interruptor **Caminho do jogador**, na janela de impressão, faz sair uma página que retoma as jogadas do aluno **pela ordem em que ele as fez**, cada uma com a regra que então se aplicava. A página abre com a sua grelha, com as suas casas erradas marcadas.

Leem-se aí três veredictos, e é preciso distingui-los diante da turma. Quando a regra é nomeada, o raciocínio está reconstituído. Quando a folha diz *certo, mas o raciocínio não pôde ser identificado*, o aluno **tem razão** : viu simplesmente mais longe, ou de outra maneira, do que a máquina procura. E quando diz *erro*, só o diz com uma condição estrita : o valor posto torna a grelha impossível de acabar. Não é pois « isto não se parece com a solução » — e, na dúvida, a folha cala-se em vez de acusar.

Um último ponto, que muda a maneira de ler : uma jogada errada é **posta de parte** para o que se segue. Sem isso, uma única casa infeliz fecharia a grelha e tudo o que vem a seguir seria marcado errado em bloco, quando um aluno se engana muitas vezes num sítio e raciocina perfeitamente sobre o resto. É precisamente o que se quer ver. O que a folha nunca dirá, em contrapartida, é **porquê** ele acreditou nisso : diz o que está errado e a partir de onde, o resto pertence à conversa que o senhor terá com ele.

Na prática, duas ou três cópias chegam para uma correção de turma : pega-se na que parou mais cedo, pergunta-se a toda a gente o que era preciso ter visto, e retoma-se.

7.4 — Porque é que um jogo transmitido nunca se põe torto

A pergunta merece ser feita, porque tem uma história. O jogo não transporta a grelha : **refá-la** a partir do código, e põe depois por cima os valores da cadeia, um por casa a preencher. Ainda é preciso que seja a mesma grelha — e outra versão do jogo não fabrica exatamente as mesmas.

É por isso que **o código leva a versão do gerador** : os dois primeiros caracteres, `G1`. A aplicação sabe portanto que maneira de fabricar empregar, em vez de a adivinhar ; e como as antigas são conservadas, um código antigo abre sempre a sua grelha de origem. Uma cadeia que ela não soubesse rejogar é **recusada** — verá uma mensagem, nunca uma grelha silenciosamente desviada de uma casa.

O anexo A conta por que razão esse marcador existe. Em duas palavras : sem ele, o único recurso era **contar** as casas a preencher e verificar que a conta batia certo. Uma conta não é uma prova — duas maneiras de fabricar podem esvaziar o mesmo número de casas —, e um jogo já se viu reconstruído noutra grelha, errado de ponta a ponta quando o jogador não tinha cometido um único erro. Essa contagem continua a existir, mas já não é mais do que uma segunda barreira atrás da primeira.

7.5 — Depois do trabalho de casa

A sequência natural não é uma grelha mais difícil, é uma grelha que trabalha **outra coisa**. É o assunto da terceira parte : o mesmo tabuleiro de cinco casas de lado serve aí sucessivamente às adições, às subtrações, às tabuadas, às frações. O sudoku não muda ; a criança já lhe deu a volta, e pode enfim pensar no cálculo.

Partie 3

As fichas, por noção

Capítulo VIII — As adições

Noção	adicionar dois ou três números, e decompor um total
Referência de idade	dos 6 aos 8 anos
Supõe adquirido	saber adicionar dois números até 10
Duração	10 a 20 minutos por grelha

8.1 — As definições

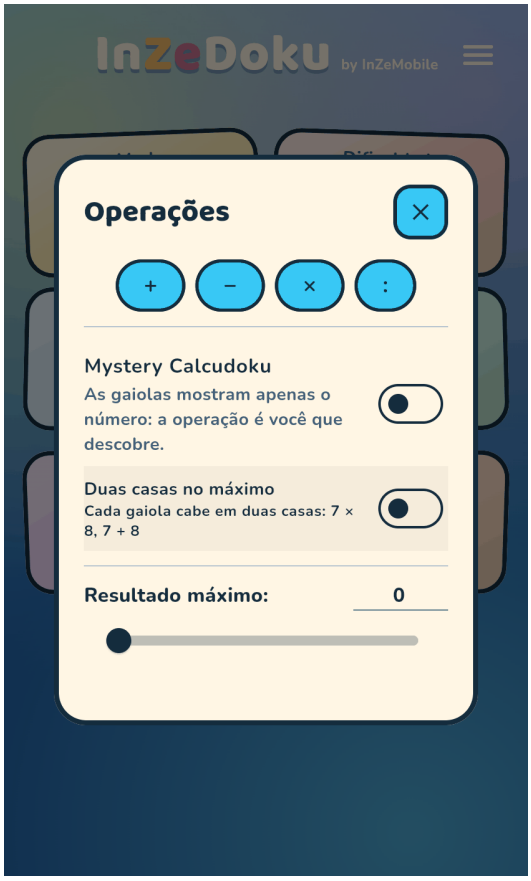

Figure 8.1 — O mosaico ➗ : quatro pastilhas, e só a adição acesa

Modo **Calcudoku**, tabuleiro **quadrado**, e no mosaico ➗ **Operações** uma só pastilha acesa : `+`. Todas as gaiolas serão então adições.

É a definição mais despojada do jogo, e é a boa para começar. A criança só tem uma operação na cabeça, e toda a sua atenção vai para o que é realmente novo : o facto de uma gaiola limitar as possibilidades.

8.2 — As grelhas

Grelha	Código	Para ler
4 × 4, Fácil, quinze casas a preencher	`G4CS41OP-a30y6s-IU`	
5 × 5, Média, vinte e quatro casas a preencher	`G4CS52OP-7fobas-N8`	

A primeira dá **uma só casa** : todo o resto se deduz das gaiolas. As suas etiquetas vão de `3+` a `7+`, em gaiolas de duas ou três casas — portanto somas que a criança faz de cabeça.

A segunda sobe a cinco casas de lado, logo a números até 5 e a somas até 12, e dá duas casas para arrancar.

8.3 — O que a criança trabalha de facto

Não a adição : a **decomposição**. Diante de `7+` em duas casas de um tabuleiro de cinco, a pergunta não é « quanto são 3 e 4 » mas « que pares dão 7 ». Há dois : 3 + 4 e 2 + 5. É um exercício de cálculo mental invertido, aquele que raramente se faz numa ficha porque não tem resposta única — e aqui, a ausência de resposta única é justamente o motor do jogo.

Junta-se-lhe, sem que seja preciso nomeá-la, a **comutatividade** : `7+` não diz qual dos dois números vai onde, e é a coluna que decide.

8.4 — Mais fácil, mais difícil

Mais fácil — ficar no 4 × 4 e voltar ao nível Fácil. O tabuleiro não muda de natureza, dá simplesmente mais apoios.

Mais difícil — duas direções, e não se equivalem :

- subir o **nível** torna a dedução mais longa, o cálculo fica o mesmo. É a boa direção para uma criança à vontade no cálculo ;
- acrescentar a **subtração** (capítulo seguinte) muda o cálculo e deixa a dedução onde está. É a boa direção para todas as outras.

O facto de se poder escolher é exatamente o que torna este modo útil na aula.

Capítulo IX — As subtrações

Noção	subtrair, e reconhecer uma diferença
Referência de idade	dos 7 aos 9 anos
Supõe adquirido	a adição ; saber que se tira o mais pequeno do maior
Duração	15 a 25 minutos por grelha

9.1 — As definições

No mosaico ➗ **Operações**, duas pastilhas acesas : `+` e `−`.

Uma observação sobre o funcionamento, porque explica a forma das grelhas : a subtração só está definida **em duas casas**. Três números não têm diferença. As gaiolas de subtração são portanto sempre pares, ao passo que as gaiolas de adição continuam a ir até quatro casas. Uma grelha em `+ −` mistura pois naturalmente pequenas gaiolas de dois números e outras maiores — o que dá ao tabuleiro um aspeto mais variado do que o anterior.

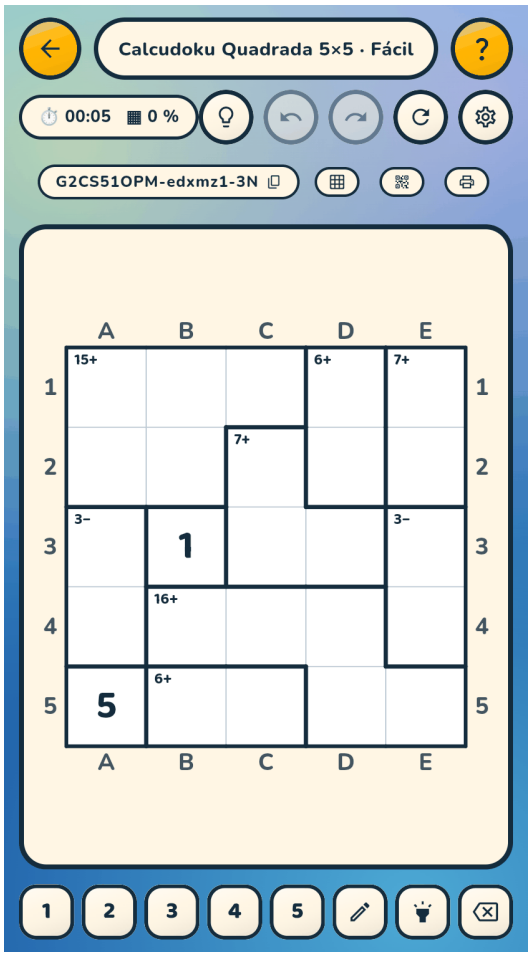

Figure 9.1 — Os pares levam um `−`, as gaiolas maiores um `+`

9.2 — As grelhas

Grelha	Código	Para ler
5 × 5, Fácil, vinte e três casas a preencher	`G4CS51OPM-edxmz1-3R`	
5 × 5, Média, vinte e três casas a preencher	`G4CS52OPM-dc93mz-WS`	

São as duas grelhas da segunda parte : a do trabalho em grupos e a do trabalho individual. Se seguiu essa progressão, a turma já as conhece.

9.3 — O que a criança trabalha de facto

A **diferença**, e é uma noção mais subtil do que a subtração armada. `2−` em duas casas de um tabuleiro de cinco são quatro pares possíveis : 1 e 3, 2 e 4, 3 e 5 — e os seus simétricos, já que a etiqueta não diz por que ordem. A criança aprende que uma diferença designa uma **família** de pares, e não um par.

É também a primeira definição em que a ordem de leitura não tem importância : o jogo aceita a diferença em qualquer sentido, desde que os números continuem positivos. Uma criança que escreve « 3 menos 5 » não é castigada por isso.

9.4 — Mais fácil, mais difícil

Mais fácil — voltar às adições sozinhas pelo tempo de uma grelha, ou descer ao 4 × 4.

Mais difícil — a multiplicação, no capítulo seguinte.

E uma variante a conhecer : pode retirar-se a adição e ficar só com `−`. Todas as gaiolas se tornam então pares — uma diferença não se calcula com três números — e a grelha torna-se um exercício de diferenças puro. É gratuito, como qualquer operação tomada sozinha.

É também o caso em que a **dedução** se torna a mais dura de todo o dossiê : quando todas as gaiolas dizem a mesma coisa, cruzam-se menos, e uma diferença condiciona bem menos do que uma soma. A grelha continua perfeitamente jogável, mas exige paciência.

O remédio não é desistir dela, é **descer um nível** : uma grelha em `−` sozinha no nível Fácil vale uma grelha em `+−×` no nível Média. É um excelente exercício para um aluno rápido que se aborrece, desde que se o avise de que vai ser longo.

Capítulo X — As tabuadas

Noção	os produtos de dois números de 1 a 10
Referência de idade	dos 8 aos 10 anos
Supõe adquirido	saber o que é um produto ; conhecer algumas tabuadas
Duração	15 a 25 minutos por grelha

É a ficha para a qual este modo foi concebido, e pede três definições em vez de uma. Valem a pena.

10.1 — A definição que muda tudo

Num tabuleiro de cinco casas de lado, as casas levam normalmente os números 1 a 5 — e uma tabuada que para em 5 não tem grande interesse.

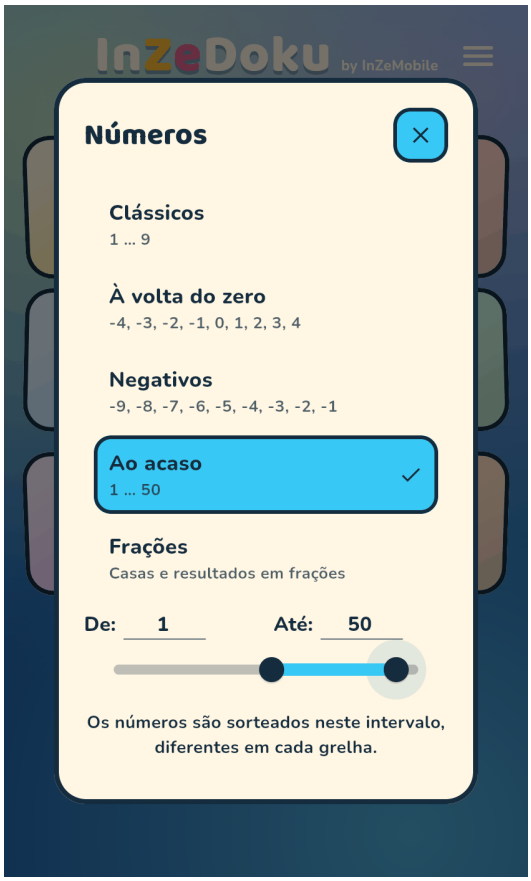

Figure 10.1 — O mosaico 🔢 : « Ao acaso », entre 1 e 10

O mosaico 🔢 **Números** desfaz essa ligação. Escolhendo a família **Ao acaso** e regulando os dois cursores em **1** e **10**, pedem-se *cinco números sorteados entre 1 e 10* — diferentes em cada grelha. O tabuleiro continua a ser um pequeno 5 × 5 que uma criança acaba, e os produtos que ali encontra são os das suas tabuadas.

É o ponto que este dossiê repete desde o princípio, e nunca foi tão visível : **o tamanho do tabuleiro e a dificuldade do cálculo não têm nada a ver um com o outro**.

10.2 — Duas casas no máximo

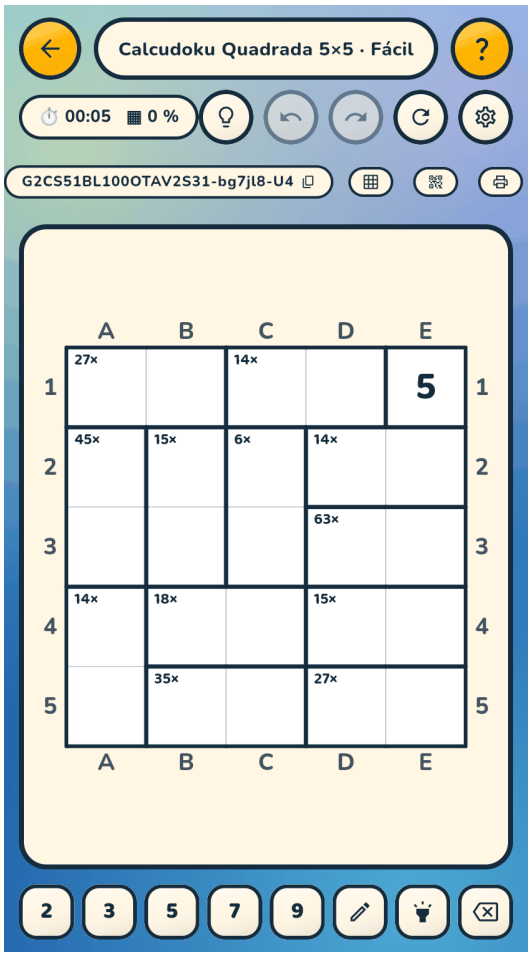

Figure 10.2 — Cada gaiola cabe em duas casas : cada uma é um produto

No mosaico ➗, o interruptor **Duas casas no máximo** obriga cada gaiola a caber num par. Uma gaiola de multiplicação torna-se então exatamente o que se procura : `21×` em duas casas é 3 × 7 e mais nada.

Contra todas as expectativas, esta definição **esvazia** a grelha em vez de a encher : o jogo dá com ela metade das casas do que sem ela. Gaiolas mais pequenas condicionam melhor, portanto são precisas menos pistas.

A terceira definição, **Resultado máximo**, limita o tamanho das etiquetas. É útil para uma criança que ainda não encontrou os números grandes, e não custa nada enquanto se ficar num tabuleiro pequeno.

10.3 — A multiplicação sozinha, e o que ela custa

No mosaico ➗ pode acender-se só `×`. Todas as gaiolas são então multiplicações, e a ficha torna-se uma aula de tabuadas e mais nada. É o que faz a grelha abaixo, e **é gratuito** — como qualquer operação tomada sozinha.

> ***Uma só operação torna a dedução mais difícil.***
>
> *O sudoku não se deduz apenas das gaiolas : deduz-se da variedade das restrições. Quando todas as gaiolas dizem a mesma coisa, cruzam-se menos, e a criança tem de raciocinar mais longe antes de ter a certeza.*
>
> ***A subtração sozinha é o caso extremo** : sem `+` nem `×`, todas as gaiolas passam forçosamente a pares — uma diferença não se calcula com três números — e uma diferença condiciona bem menos do que uma soma. A grelha continua perfeitamente jogável, mas exige paciência.*
>
> *Não é razão para prescindir dela : é razão para **descer um nível** quando se a experimenta. Uma grelha em `−` sozinha no nível Fácil vale uma grelha em `+−×` no nível Média.*

A multiplicação sozinha é, por seu lado, das mais suaves entre as operações isoladas : um produto condiciona fortemente, sobretudo limitado por um resultado máximo.

10.4 — As grelhas

Grelha	Código	Para ler
5 × 5, Fácil, vinte e quatro casas	`G4CS51BL100OTAV2S31-bg7jl8-U8`	
5 × 5, Média, vinte e quatro casas	`G4CS52BL100O-TAV2S31-9368qy-ZK`	

Estes códigos são longos porque levam as três definições ; leem-se em QR como os outros, e é aí que o QR mais tempo faz ganhar.

A primeira grelha sorteia os números **2, 6, 7, 9 e 10**, e **todas** as suas gaiolas são produtos : `12×`, `14×`, `18×`, `42×`, `54×`, `70×`, `90×`… Uma mesma configuração dá outros números com outro número de grelha : é o que permite refazer o exercício sem o refazer.

10.5 — O que a criança trabalha de facto

A **fatorização**, mais do que a multiplicação. Diante de `15×` em duas casas, não calcula 3 × 5 : procura que dois números do tabuleiro dão 15. É a tabuada lida ao contrário, aquela que serve para a divisão.

E verifica-o sozinha, imediatamente. Assim que uma gaiola está **completa** e os seus valores não dão o resultado anunciado, o jogo **circunda-a de vermelho**. Não a linha, não a casa : a gaiola, no sítio exato onde o cálculo está errado.

Não é uma pista sobre a solução — o alvo, os dois números e a operação estão os três diante dos olhos da criança, é um cálculo que ela pode refazer de cabeça. Mas é o que lhe permite corrigir-se sem levantar a mão, e ao senhor passar pelas mesas sem ter de verificar vinte e cinco grelhas.

10.6 — Mais fácil, mais difícil

Mais fácil — trazer o segundo cursor dos números para **5**, ou baixar o Resultado máximo. A grelha mantém a sua forma, os produtos ficam mais pequenos.

Mais difícil — subir o cursor para **12** ou **20** para ir além das tabuadas correntes. Atenção : para além de 10 sai-se da versão gratuita, que se atém aos valores de 1 a 10 — « tabuadas, é tudo ».

Capítulo XI — As quatro operações

Noção	escolher a operação, e dividir exatamente
Referência de idade	dos 9 aos 11 anos
Supõe adquirido	as quatro operações armadas ; a noção de divisor
Duração	20 a 30 minutos por grelha

11.1 — As definições

Nenhuma. É a definição de origem do jogo : as quatro pastilhas acesas no mosaico ÷, o que explica que os códigos desta ficha sejam os mais curtos do dossiê.

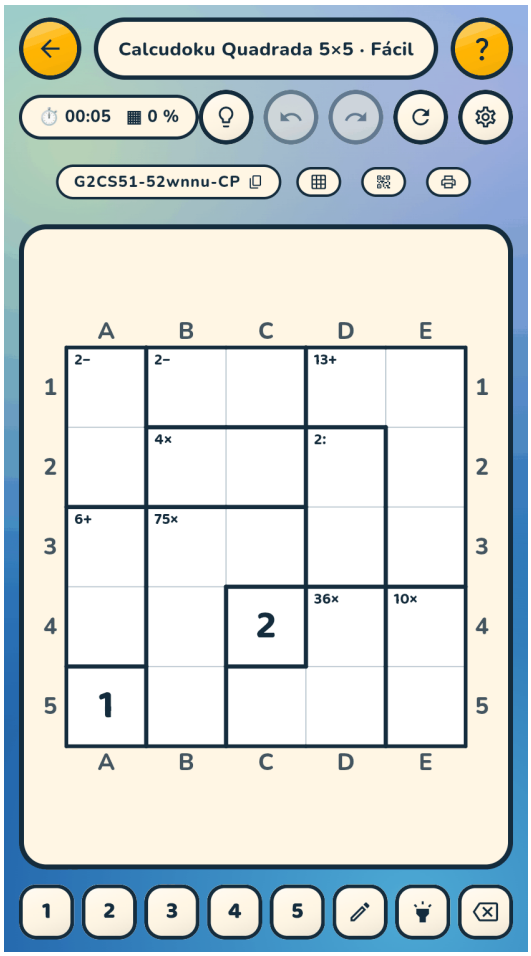

Figure 11.1 — Os quatro sinais convivem ; a divisão escreve-se « : »

Um pormenor de apresentação que tem a sua importância na aula : **a divisão escreve-se `:` e não `÷`**. Em pequeno e a negrito, o sinal `÷` distingue-se mal do `+` — os dois reduzem-se a uma barra horizontal rodeada de matéria. E `:` é de qualquer modo o sinal que se ensina em boa parte da Europa.

11.2 — As grelhas

Grelha	Código	Para ler
5 × 5, Fácil, vinte e três casas a preencher	`G4CS51-52wnnu-CT`	
5 × 5, Média, vinte e quatro casas a preencher	`G4CS52-8bf4qk-2R`	

Vinte e quatro casas em vinte e cinco : estas duas grelhas quase nada dão. Tudo ou quase tudo sai das gaiolas, o que é possível porque quatro operações condicionam bem mais do que duas — e é também o que as torna mais difíceis do que parecem, apesar do nível Fácil.

Se a turma emperrar, não é o nível que se deve baixar mas o número de operações : uma grelha em `+−×` do capítulo anterior é um degrau melhor.

11.3 — O que a criança trabalha de facto

A escolha da operação, que é uma competência por direito próprio e que nenhum exercício de cálculo armado exige. `12` em duas casas tanto pode ser uma soma, como um produto, como um quociente ; a etiqueta diz qual, mas é preciso ter lido o sinal, e sobretudo ter na cabeça o que cada operação torna possível.

A divisibilidade, a seguir. Uma gaiola `3:` em duas casas exige um quociente inteiro — o jogo nunca propõe uma divisão que não seja exata. A criança procura pois pares em que um divide o outro, o que é exatamente a questão dos múltiplos e dos divisores.

11.4 — Mais fácil, mais difícil

Mais fácil — retirar a divisão. `+−×` continua a ser um tabuleiro rico, e a divisão é de longe a operação mais condicionante.

Mais difícil — acrescentar **Duas casas no máximo**, visto no capítulo X : as quatro operações apenas sobre pares fazem uma grelha seca e rápida, em que cada etiqueta é um pequeno problema fechado.

Há ainda um degrau acima, o **Mystery Calcudoku**, em que as gaiolas dão o resultado **sem** a operação : cabe à criança encontrar qual convém. É uma bela ideia para um aluno muito à vontade, e exige a versão completa.

Capítulo XII — As frações

Noção	adicionar, multiplicar e dividir frações
Referência de idade	dos 9 aos 12 anos
Supõe adquirido	saber o que diz uma fração ; a noção de denominador comum
Duração	20 a 30 minutos por grelha

As casas já não levam 1, 2, 3, 4 mas ½, 1, 3/2, 2 — e todo o resto do jogo não se mexe um milímetro. É o que torna esta ficha interessante : a criança já tem a mecânica do tabuleiro, só lhe resta ocupar-se dos números.

12.1 — Até cinco casas de lado, é gratuito

A dizer já, porque é muitas vezes a primeira pergunta : as frações **não são uma opção paga**. Seguem a mesma regra de tamanho que as grelhas de inteiros, e o Calcudoku é inteiramente gratuito até cinco casas de lado. As duas grelhas desta ficha jogam-se pois por inteiro.

12.2 — Os dois cursores

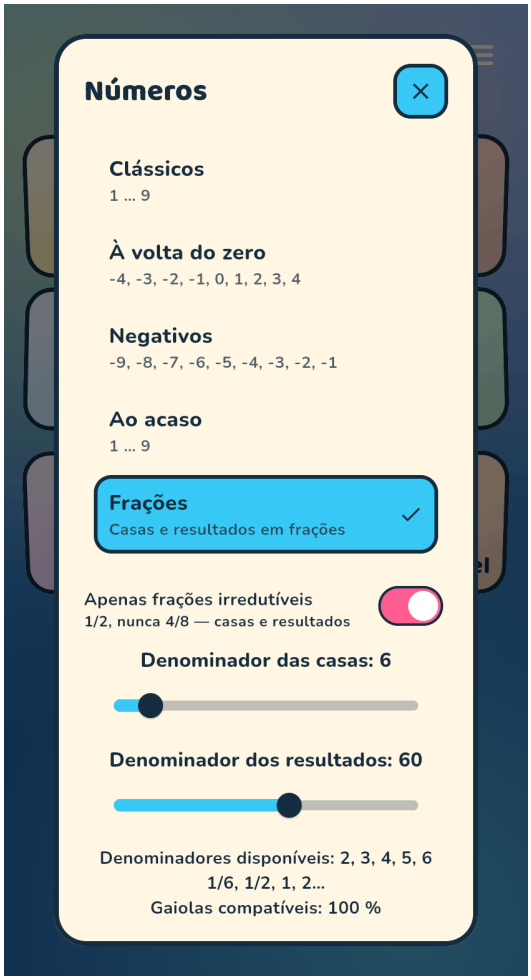

Figure 12.1 — Dois cursores independentes : as casas, e os resultados

No mosaico 🔢 **Números**, a família **Frações** abre dois cursores, e é preciso ter percebido que são **independentes** :

- o primeiro limita o denominador das **casas** — a 2, a criança só verá metades ; a 4, metades, terços e quartos ;
- o segundo limita o denominador dos **resultados**, isto é, das etiquetas de gaiola.

Nada os liga, e é de propósito : `1/8 + 3/8 = 1/2` tem um resultado mais simples do que as suas parcelas. Podem pois pedir-se casas complicadas e resultados comportados, ou o contrário.

Uma terceira definição, **Apenas frações irredutíveis**, está acesa por omissão : a criança vê `1/2` e nunca `4/8`. Apagando-a, obtém-se a escrita não reduzida — e uma lição a mais, já que é preciso então reconhecer que `4/8` é uma metade.

12.3 — As grelhas

Grelha	Código	Para ler
4 × 4, Fácil, catorze casas — as metades	`G4CS41F2X6R-aanl-j5-57`	
4 × 4, Fácil, quinze casas — terços e quartos	`G4CS41F4X12R-g31zwm-KS`	

A primeira só leva **½, 1, 3/2 e 2**. É a entrada : quatro valores, um único denominador, e etiquetas como `3+` ou `9/4×`. Uma criança que saiba que duas metades fazem um inteiro pode começá-la.

A segunda leva **1/4, 3/4, 4/3 e 2** : quartos *e* terços, portanto verdadeiras reduções ao denominador comum logo na primeira adição — a sua gaiola `14/3+` é um bom exemplo. É o salto, e é nítido.

12.4 — O que a criança trabalha de facto

O **denominador comum**, e trabalha-o no único sentido que conta : tem de o encontrar, não de o aplicar. Diante de `5/2+` em duas casas de que uma poderia ser 3/2, é preciso pôr 3/2 + 1 e ver que isso dá mesmo 5/2.

E a **multiplicação de frações**, que aqui tem uma vantagem rara : é mais fácil do que a adição. `3/4×` em duas casas procura-se multiplicando numeradores e denominadores, sem reduzir nada. Muitos alunos descobrem ali que a regra que acham complicada é de facto a mais simples das quatro.

12.5 — Mais fácil, mais difícil

Mais fácil — o primeiro cursor a **2**, e nada mais. Quatro valores, um denominador : é o chão, e já é útil.

Mais difícil — subir o primeiro cursor, ou passar ao 5 × 5. Atenção ao reflexo inverso : **subir os denominadores torna o cálculo mais duro mas o sudoku mais fácil**, porque valores mais variados condicionam melhor. Uma grelha em frações complicadas pode pois deduzir-se mais depressa do que uma grelha em metades.

É ainda a mesma lição : duas dificuldades, dois botões.

Capítulo XIII — Os números com vírgula

Noção	passar de uma fração à sua escrita decimal
Referência de idade	dos 10 aos 12 anos
Supõe adquirido	as frações ; a escrita decimal
Duração	20 a 30 minutos por grelha

13.1 — As duas escritas no mesmo tabuleiro

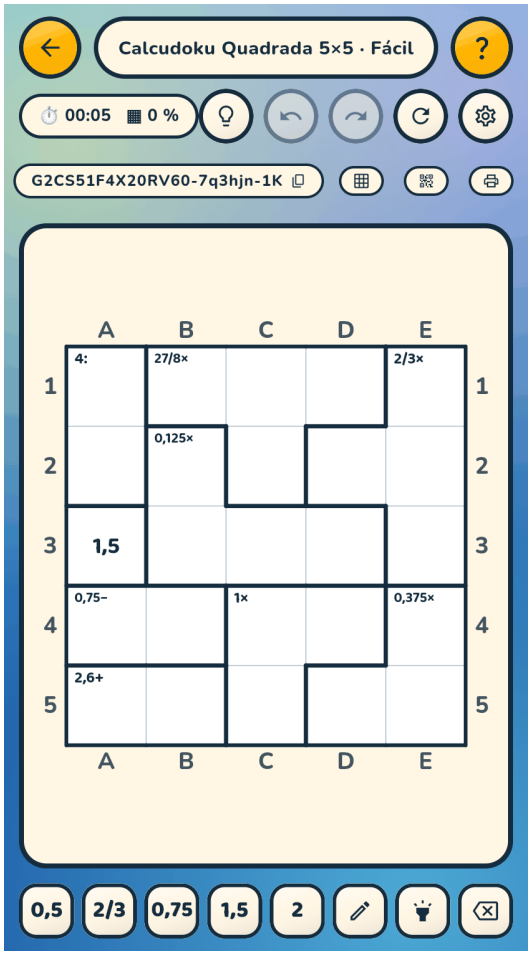

Figure 13.1 — `1,5` e `3/2` designam a mesma casa ; é preciso vê-lo

Sob os cursores das frações, um terceiro regula uma **proporção de escrita decimal**, de 0 a 100 %. A 60 %, boa metade dos valores e das etiquetas escreve-se `1,5` em vez de `3/2` — e a outra metade fica em frações.

É a mistura que faz o exercício. Uma grelha inteiramente decimal não seria mais do que uma grelha de inteiros disfarçada ; uma grelha inteiramente fracionária é a do capítulo anterior. Aqui, a criança tem de **traduzir** constantemente — reconhecer que a casa que acabou de pôr a `1,75` é aquela que a gaiola vizinha chama `7/4`.

13.2 — A grelha

Grelha	Código	Para ler
5 × 5, Fácil, vinte e quatro casas a preencher	`G4CS51F4X20RV60-7q3hjn-1O`	

Os seus cinco valores são **1/2, 2/3, 3/4, 3/2 e 2**. Quatro deles têm uma escrita decimal que dá certo — 0,5 · 0,75 · 1,5 · 2 —, e o quinto, 2/3, escreve-se **0,6 encimado por uma barra** : o 6 repete-se sem fim. A grelha mostra portanto os dois casos no mesmo jogo, o que é exatamente o exercício.

13.3 — O que o jogo converte, e o que recusa

Três salvaguardas, que é bom conhecer para responder às perguntas.

Uma fração que não dá certo fica em fração. `1/7` não tem escrita decimal finita, escreve-se pois `1/7`. Uma criança nunca verá um decimal truncado.

Um decimal ilimitado mas curto é aceite, com uma **barra por cima do algarismo que se repete** : `0,3` encimado por uma barra é um terço. Para além de dois algarismos repetidos, ou de três algarismos antes da parte repetida, o jogo desiste e guarda a fração — `0,00390625` não ensinaria nada a ninguém.

Dois valores que se parecessem demasiado ficam ambos em frações. `0,3` e `0,3` encimado por uma barra só diferem por um traço : se a grelha contivesse os dois, nenhum passa a decimal. É uma precaução contra uma ambiguidade que só se veria depois.

Por fim, o separador segue **a língua da aplicação** : vírgula em português, ponto em inglês. Nada a regular.

13.4 — O que a criança trabalha de facto

A **conversão nos dois sentidos**, em situação. Não é um exercício de conversão — não há instrução nenhuma a dizer « converta » — é uma restrição : a grelha é mista, portanto é preciso traduzir para avançar.

E, acessoriamente, a descoberta de que **algumas frações não têm escrita decimal finita**. A pergunta vem sempre da turma, quando um aluno repara que `1/7` nunca é convertido. É um bom momento para falar disso ; o jogo fez a pergunta em seu lugar.

13.5 — Mais fácil, mais difícil

Mais fácil — baixar a proporção para 20 ou 30 %. Alguns decimais numa grelha de frações já é o exercício, em versão mais suave.

Mais difícil — subir para 100 %, o que não quer dizer « todos » : os valores sem escrita curta ficam em frações, e a mistura mantém-se. Ou subir o denominador das casas, o que aumenta mecanicamente o número de valores não convertíveis.

Capítulo XIV — Sem um único algarismo

Noção	a lógica do sudoku, antes dos números
Referência de idade	desde o jardim de infância
Supõe adquirido	nada — nem a leitura nem a contagem
Duração	5 a 15 minutos por grelha

Este capítulo sai do cálculo, e é provavelmente por ele que se deve começar com os mais novos. **Uma criança que ainda não sabe contar pode jogar** : a regra do sudoku não pede números, apenas que se reconheça que duas coisas são iguais.

É verdade desde o **jardim de infância**, numa turma de transição, ou nos primeiríssimos dias do primeiro ciclo — antes da aritmética, e até antes dos algarismos.

14.1 — O Geodoku : formas para reconhecer

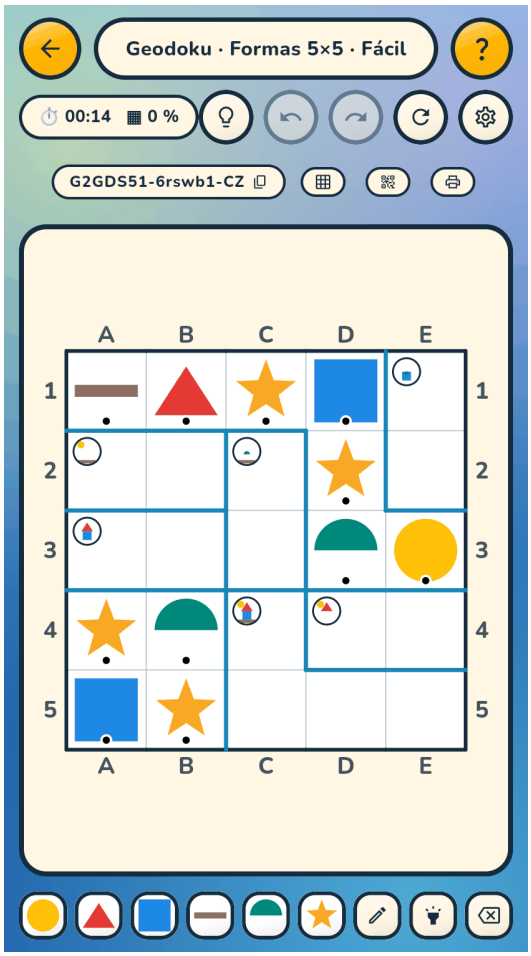

Figure 14.1 — Cada região compõe uma figura completa

As casas levam **formas geométricas** — quadrado, triângulo, círculo, losango. A regra do sudoku não muda ; o que muda é aquilo que se manipula.

O interesse escolar é duplo, e é real. Primeiro **reconhecer** as formas de base : é uma aprendizagem do jardim de infância por direito próprio, e o jogo fá-la trabalhar dezenas de vezes num quarto de hora sem que seja uma lição. Depois **nomeá-las** : uma criança que joga a dois diz as suas casas em voz alta, e não há melhor exercício de vocabulário geométrico do que um jogo em que é preciso dizer *qual* se põe.

14.2 — Como se conduz

No quadro, exatamente como uma grelha de cálculo : mostra-se, pergunta-se *onde temos a certeza*, preenchem-se duas ou três casas em conjunto e para-se.

Duas observações próprias dos mais novos.

A dois, em vez de sozinho. Uma criança de quatro ou cinco anos que joga sozinha desanima na primeira casa difícil ; a dois, apontam uma à outra o que a outra não viu, e a regra instala-se por imitação.

Não conte o tempo. O cronómetro do jogo corre, mas aqui não tem sentido nenhum : o que se observa é se a criança procura a casa *de que tem a certeza* em vez de preencher ao acaso.

14.3 — A grelha

Grelha	Código	Para ler
5 × 5, Fácil, catorze casas	`G4GDS51-6rswb1-D3`	

14.4 — As suas sílabas, as suas palavras

As formas reconhecem-se antes de se saber ler ; o que se segue joga-se no momento em que a criança começa, precisamente, a ler. O jogo deixa-o então **escrever ele próprio os símbolos da grelha** — e é mesmo o senhor que os escreve, não uma lista já feita : ninguém a não ser o senhor sabe que sílabas a sua turma viu esta semana.

No ecrã inicial, o mosaico **Símbolos** oferece uma terceira natureza depois dos algarismos e das letras : **Personalizados**. Digitam-se um por linha ou separados por vírgulas — `MA, PA, LO, TI, RE, NU` —, misturando-se as duas formas sem pedir nada, e a grelha joga-se exatamente como um sudoku vulgar. A regra não muda um til ; só muda o que está nas casas. Mais tarde no ano, a mesma lista leva palavras inteiras : `CASA`, `CAMIÃO`, `BARCO`.

São precisos tantos quantas casas de lado tem a grelha — seis para um 6 × 6 — e o jogo vela por isso de ponta a ponta : se aumentar a grelha depois de ter escrito a sua lista, diz-lhe o que falta e recusa lançar o jogo em vez de lhe devolver uma grelha de algarismos. Um código demasiado curto é recusado da mesma maneira na leitura ; ninguém receberá uma grelha que não seja a que julga ter enviado.

Uma casa mostra uma palavra sem dificuldade até ao 5 × 5 ; acima disso torna-se pequena, e o ecrã de introdução mostra-lhe justamente **uma casa à escala** com a sua palavra dentro, para que julgue antes da aula e não depois. O zoom com dois dedos faz o resto — e não é um remendo : ter de deslocar a grelha para reencontrar uma casa que já não se vê exercita a orientação e a memória, e isso é trabalho de escola por direito próprio.

É em grupo que tudo isto ganha todo o seu sentido. O senhor partilha a grelha pelo seu QR, cada um tem-na diante dos olhos, e o exercício faz-se a três ou a quatro. Para colocar uma casa é preciso nomeá-la : a criança *diz* a sílaba, e ouve-a dita pelos colegas vinte vezes no quarto de hora. É essa repetição — falada, ouvida, sem que se tenha tido de a pedir — que faz entrar a decifração, muito mais seguramente do que uma ficha a preencher em silêncio.

Dois pontos de método, para que a aula se aguente. **Seis símbolos chegam** : um 6 × 6 com as sílabas da semana vale mais do que um 9 × 9 que traz de volta as do mês passado. E **mantenha a mesma grelha** de uma semana para a outra mudando só a lista : o tabuleiro é idêntico, o exercício é novo, e as crianças não o reconhecem.

Os acentos são um exercício por direito próprio, e é talvez o uso mais amplo deste mosaico. Uma lista não é obrigada a ser feita de sílabas : pode ser feita de letras acentuadas — `é`, `è`, `ê`, `à`, `ç` —, e a grelha torna-se então um exercício de pura discriminação. A criança não copia nada ; tem de ver que `e` e `é` não são o mesmo símbolo, senão a linha contradiz-se. A correção não é a sua, é a da grelha.

Isto não vale só para o francês. O alemão tem `ä`, `ö`, `ü` ; o espanhol `ñ` ; o português `ã` e `õ` ; o italiano `à`, `è`, `ì`. Cada língua traz os seus próprios caracteres, e o mesmo tabuleiro põe-nos a trabalhar — é a esse nível que o jogo se torna verdadeiramente multilingue, muito mais do que traduzindo os seus menus.

As maiúsculas são as que escreve, e aqui conta : o acento aprende-se na minúscula, a do livro de leitura, e não na sua maiúscula. `café` continua `café`.

Uma palavra prática, por fim : uma sílaba acentuada passa muito bem pelo QR, mas dita-se mal no quadro. Se a sua turma trabalha `mé`, `pè`, `lô`, mande ler em vez de copiar.

14.5 — E há mais, para mais tarde

O jogo leva outros conjuntos sem algarismos : pictogramas para compor, conjuntos de ciências, e o **Colodoku**, onde as casas são cores que se misturam — vermelho e verde dão amarelo, e uma linha completa dá sempre a mesma cor.

Este dossiê não faz fichas deles, por uma razão simples : uma criança do jardim de infância aprende primeiro **a reconhecer as cores**, não a misturá-las. A mistura é uma noção de muito mais tarde, e o Colodoku esperará por esse momento. Encontrá-lo-á sem nós quando lhe servir ; o *Manual do jogador* dedica-lhe o seu capítulo 6.

14.6 — O que isso prepara

Nada disto é um preâmbulo decorativo. Uma criança que fez dez Geodokus integrou, sem uma palavra de explicação, as duas ideias em que assentam todas as fichas de cálculo deste dossiê :

- uma linha contém cada coisa **uma vez e uma só** ;
- uma região impõe uma restrição que **reduz as possibilidades** sem as fixar.

Quando lhe der a sua primeira grelha de adições, só lhe faltará aprender o `+`.

Anexos

Anexo A — Todas as fichas num relance

Esta página é feita para ser impressa e pousada ao seu lado. Cada código abre-se pela pastilha **Código**, à direita do botão Jogar no ecrã inicial — quer digitando-o, quer **lendo o QR** da última coluna com a pastilha *Ler um QR*. Os alunos não têm então nada a copiar : apontam à página, a configuração aparece por extenso, e **Jogar** lança a grelha.

Fotocopie-a, ou pouse-a sob a câmara do visualizador : um QR impresso lê-se tão bem como um QR projetado.

A.1 — A aula dos capítulos IV a VII

Momento	Código	Grelha	A preencher	Para ler
Mostrar a regra	`G4SS41-d28j6x-3B`	sudoku 4 × 4, Fácil	12	
Mostrar as gaiolas	`G4CS41OP-a30y6s-IU`	adições, 4 × 4, Fácil	15	
Em grupos	`G4CS51OPM-edxmz1-3R`	`+ −`, 5 × 5, Fácil	23	
Sozinho na aula	`G4CS52OPM-dc93mz-WS`	`+ −`, 5 × 5, Média	23	
Em trabalho de casa	`G4CS52OPMT-6bgf1z-4A`	`+ − ×`, 5 × 5, Média	24	

A.2 — As fichas por noção

Noção	Código	Grelha	A preencher	Para ler
Adições, primeiro passo	`G4CS41OP-a30y6s-IU`	4 × 4, Fácil	15	
Adições, mais além	`G4CS52OP-7fobas-N8`	5 × 5, Média	24	
Subtrações	`G4CS51OPM-edxmz1-3R`	5 × 5, Fácil	23	
Subtrações, mais além	`G4CS52OPM-dc93mz-WS`	5 × 5, Média	23	
Tabuadas	`G4CS51BL100OTAV2S31-bg7jl8-U8`	5 × 5, Fácil	24	
Tabuadas, mais além	`G4CS52BL100OTAV2S31-9368qy-ZK`	5 × 5, Média	24	
As quatro operações	`G4CS51-52wnnu-CT`	5 × 5, Fácil	23	
As quatro, mais além	`G4CS52-8bf4qk-2R`	5 × 5, Média	24	

Noção	Código	Grelha	A preencher	Para ler
Frações, as metades	`G4CS41F2X6R-aanlj5-57`	4 × 4, Fácil	14	
Frações, terços e quartos	`G4CS41F4X12R-g31zwm-KS`	4 × 4, Fácil	15	
Números com vírgula	`G4CS51F4X20RV60-7q3hjn-1O`	5 × 5, Fácil	24	
Geodoku	`G4GDS51-6rswb1-D3`	5 × 5, Fácil	14	

Todas estas grelhas se acabam inteiramente na versão gratuita. Não é uma afirmação de princípio : é verificada automaticamente em cada versão do jogo, ao mesmo tempo que os próprios códigos.

A.3 — Os dois caracteres do fim

Um código termina com um segundo travessão e dois caracteres — `…-RM`. Não fazem parte da grelha : **verificam-na**.

Qualquer falha num caractere, e qualquer troca de dois caracteres vizinhos, são recusadas : o jogo responde « código não reconhecido » em vez de abrir uma grelha vizinha. É exatamente o que é preciso quando vinte e cinco alunos copiam a mesma linha do quadro.

Encontrará noutros sítios códigos que não a levam — os do *Manual do jogador*, por exemplo. Funcionam : estão simplesmente menos protegidos contra o erro de digitação.

Anexo B — O que a versão gratuita permite

B.1 — Nada está trancado

O InZeDoku é **uma só aplicação**, e joga-se de três maneiras : gratuitamente, por **assinatura**, ou depois de uma **compra vitalícia**. Este apêndice fala só da primeira, porque é nela que cabe todo este dossiê.

O princípio merece ser compreendido, porque não é aquele que se espera. A versão gratuita **não proíbe nada** : todos os modos, todas as geometrias, todos os tamanhos, todos os níveis abrem e jogam-se, e qualquer código de jogo funciona.

O que ela limita é o facto de **terminar**. Fora da gama gratuita, uma grelha só se preenche até uma parte das suas casas ; para além disso, o teclado não põe mais nada. Apagar, corrigir, voltar atrás e o lápis continuam livres.

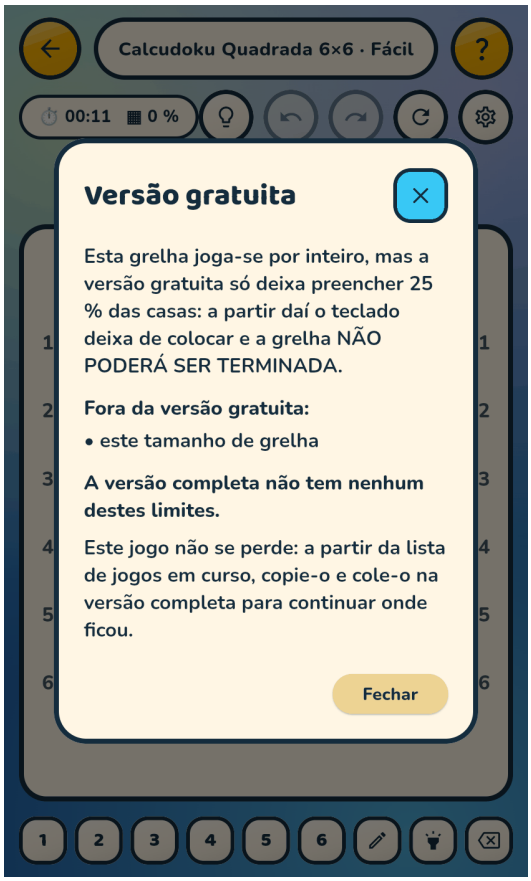

Figure B.1 — O jogo avisa na abertura, com a percentagem e a razão

E o jogo **avisa na abertura do jogo**, dando a percentagem e a razão. Nunca descobrirá pois o limite a meio de uma aula : é anunciado antes de o aluno começar.

B.2 — A gama gratuita

Tabuleiro	Grátis até
Quadrado · Sudoku	9 × 9
Quadrado · **Calcudoku**	**5 × 5**
Quadrado · Colodoku	4 × 4
Quadrado · Geodoku e outros conjuntos com imagens	5 × 5
Hexagonal	raio 2
Triangular	lado 6
Voronoi	5 símbolos
Mosaico	—

Juntam-se-lhe cinco limites independentes do tamanho :

Fora da gratuidade
os níveis **Difícil** e **Perito**
a geometria **mosaico**
o **Mystery Calcudoku** (as gaiolas sem operação)
os conjuntos de operações **misturados** fora de `+`, `+−`, `+−×`, `+−×:`
os **valores fora de 1 a 10**

Duas precisões sobre esta penúltima linha, porque se lê mal.

Uma operação SOZINHA é gratuita — `+`, `−` ou `×`. O que sai da gratuidade são as misturas fora da progressão de aprendizagem : `+×` sem a subtração, por exemplo. Uma aula de tabuadas só em `×` não custa portanto nada. (`÷` sozinha não existe : o jogo recusa um conjunto sem `+`, `×` nem `−`, porque a maior parte dos pares não é divisível e a grelha chegaria meio preenchida.)

As frações também aí não estão : seguem a regra de tamanho do Calcudoku, como os inteiros. Até 5 × 5, uma grelha em frações joga-se por inteiro — escrita com vírgula incluída.

B.3 — O que isso dá na aula

Tudo o que este dossiê descreve cabe nessa gama, e não é por acaso : as fichas foram construídas lá dentro.

Concretamente, sem pagar nada tem :

- o **Calcudoku até 5 × 5**, que é o tamanho certo para uma aula de escola — um tabuleiro maior não torna o cálculo mais interessante, torna o jogo mais longo ;
- os níveis **Fácil** e **Média**, que são os dois de que se serve ;
- as quatro progressões de operações, pela ordem por que se ensinam — **e cada operação tomada sozinha** ;
- os **valores de 1 a 10**, portanto todas as tabuadas ;
- as **frações e os decimais** ;
- o **Sudoku até 9 × 9**, e o **Colodoku** de entrada.

O que falta, e de que aqui não se sente falta : os tabuleiros grandes, as geometrias exóticas, os níveis Difícil e Perito, as misturas de operações fora da progressão, e os valores acima de 10.

B.4 — Uma grelha começada nunca se perde

Se apesar de tudo der com uma configuração limitada, o jogo não está perdido, e não tem nada a mudar de lugar : há uma só aplicação, portanto a assinatura ou a compra levantam o limite **ali onde já joga**, e a grelha retoma exatamente onde ia.

O copiar e colar de uma partida conserva todo o seu emprego, mas é o do capítulo VII : fazer passar uma grelha de um aparelho para outro, da aula para casa.

Anexo C — Onde procurar no manual do jogador

Este dossiê não descreve o jogo, descreve o que se faz com ele. Assim que uma pergunta é sobre o funcionamento, a resposta está em *InZeDoku — O manual do jogador*, e ei-la em tabela de remissões.

C.1 — As definições de que este dossiê se serve

O que procura	Manual do jogador
O que é uma gaiola, como se lê uma etiqueta	capítulo 5, *O Calcudoku*
Escolher as operações, e o que cada escolha muda	capítulo 11, *Escolher as operações*
As famílias de números, os cursores de intervalo	capítulo 12, *Desligar os números do tamanho*
« Duas casas no máximo », o resultado máximo	capítulo 13, *Regular as gaiolas*
Os dois cursores das frações, a escrita não reduzida	capítulo 14, *O Calcudoku em frações*
A proporção de escrita decimal, a barra de repetição	capítulo 15, *A escrita com vírgula*
As gaiolas sem operação (Mystery)	capítulo 16, *O Mystery Calcudoku*
O que os quatro níveis mudam realmente	capítulo 19, *A dificuldade*

C.2 — Jogar, guardar, transmitir

O que procura	Manual do jogador
O lápis, a seleção múltipla, o olho	capítulo 20, *As ajudas do teclado*
Todas as teclas do teclado físico	capítulo 21, e anexo B
O cronómetro, a lista das partidas, os códigos, o QR	capítulo 22, *Cronómetro, partidas em curso e códigos de jogo*
A gramática completa do código de jogo	anexo A, *O código de jogo, letra a letra*
Os tamanhos, modos e limites, em tabelas	anexo C

C.3 — O resto

O que procura	Manual do jogador
O Colodoku : paletas, misturas, discos	capítulo 6, *O Colodoku*
O Geodoku e os outros conjuntos com imagens	capítulo 18, *Para as crianças*
As definições de acessibilidade, incluindo o daltonismo	capítulo 24, *A acessibilidade*
O que o jogo recolhe — isto é, nada	capítulo 25, *A privacidade*
Gratuito, assinatura, vitalício	capítulo 26
A demo web e os seus limites	capítulo 27

C.4 — E no próprio jogo

Duas ajudas estão à mão durante o jogo, e é bom mostrá-las aos alunos uma vez :

- o botão **?** do ecrã de jogo mostra **as regras da grelha em curso**, montadas segundo as suas opções — portanto nunca um texto genérico ;
- a entrada 📖 **Guia do jogo** do menu ☰ contém uma versão curta do manual, em dezasseis secções, nas sete línguas da aplicação.

Anexo D — As regras de dedução, uma a uma

Quando um aluno está encravado e toca na lâmpada, a aplicação responde-lhe em três tempos : primeiro **quantas** casas se podem encontrar já, depois **que regra** empregar, e só por último **que casa**. É o segundo tempo que exige este anexo : a aplicação diz o que a regra quer dizer, não lhe dá nome. Cabe-lhe a si pôr-lhe a palavra em cima quando for útil, e fazê-la praticar.

As seis regras cabem em seis páginas. Todas as grelhas aqui mostradas são grelhas verdadeiras do jogo, tiradas no momento exato em que a regra se desencadeia.

D.1 — Ler as ilustrações

As casas nomeiam-se como num tabuleiro de xadrez : **a letra é a coluna, o algarismo é a linha**, e estão escritos à volta da grelha. `D1` é portanto a quarta coluna, primeira linha. É uma notação que se pratica ao mesmo tempo que o resto, e a ocasião é boa.

Não é própria destas páginas : **a aplicação leva as mesmas referências à volta do tabuleiro**, e a folha impressa também. O aluno lê pois `D1` ali onde joga, sem ter de transpor — e quando a lâmpada lhe nomeia uma casa, encontra-a com o olhar. Nos tabuleiros que não têm linha nem coluna — o hexágono, o triângulo, o mosaico — não há referências e a aplicação dá a posição da casa ; as grelhas deste anexo são todas quadradas, onde a notação vale.

Os discos pretos levam o **número da etapa** : o ❶ do texto é o ❶ na grelha. Uma casa que pertence a duas zonas ao mesmo tempo leva as duas cores em bandas largas.

D.2 — A casa forçada

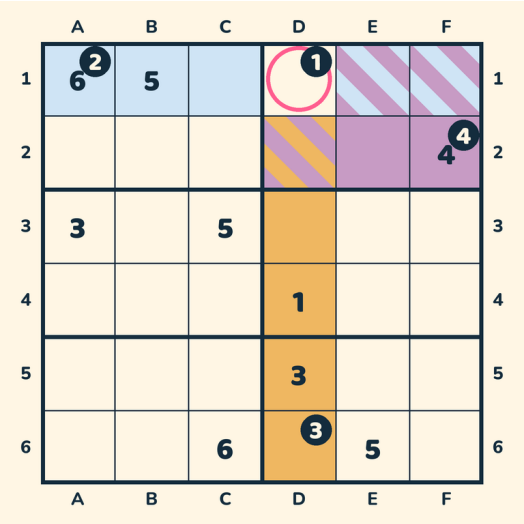

Figure D.1 — Azul, a linha ; laranja, a coluna ; ameixa, o bloco

1. Olha-se para a casa **D1**. **2.** A sua linha **1** já leva 6 e 5. **3.** A sua coluna **D** já leva 1 e 3. **4.** O seu bloco já leva 4. **5.** Só resta **2** : escreve-se **2** em **D1**.

É a primeira regra que uma criança encontra sozinha, e muitas vezes a única de que precisa numa grelha fácil.

D.3 — O lugar forçado

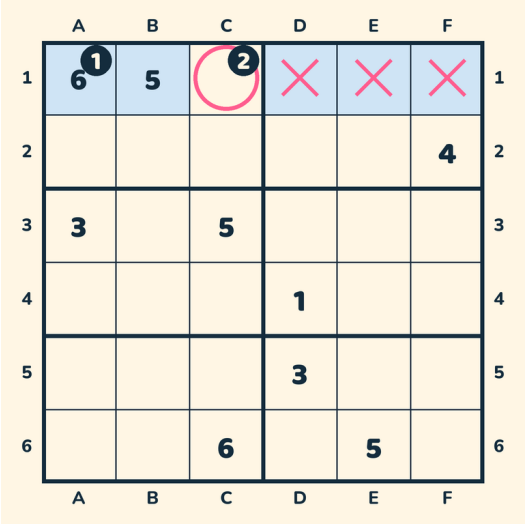

Figure D.2 — As cruzes marcam as casas onde o 4 não pode ir

1. Escolhe-se um valor — aqui o **4** — e um grupo : a **linha 1**. **2.** Riscam-se as casas onde o 4 não pode ir. **3.** Só resta uma : **C1**. Escreve-se **4** em **C1**.

É a inversão, e custa. A regra anterior parte da casa e pergunta « o que pode ela levar ? ». Esta parte do número e pergunta « para onde pode ele ir ? ». Fazer experimentar a diferença vale uma aula inteira.

D.4 — A gaiola forçada

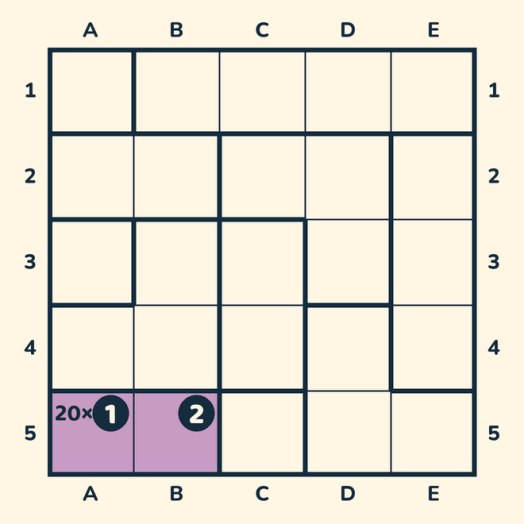

Figure D.3 — Uma gaiola de duas casas que tem de dar 20 multiplicando

1. Olha-se para a gaiola **20×**, em **A5** e **B5**. **2.** Procuram-se os dois números que dão 20 multiplicando. **3.** 2 × 10 e 1 × 20 saem da grelha, que só vai até 5. **4.** Só resta **4 × 5**. **5.** Essas duas casas levam portanto um 4 e um 5 — ainda não se sabe por que ordem, mas todos os outros valores estão eliminados.

É aqui que o cálculo se junta à dedução, e é o coração deste dossiê : a criança calcula para eliminar, não para encontrar um resultado.

D.5 — O par

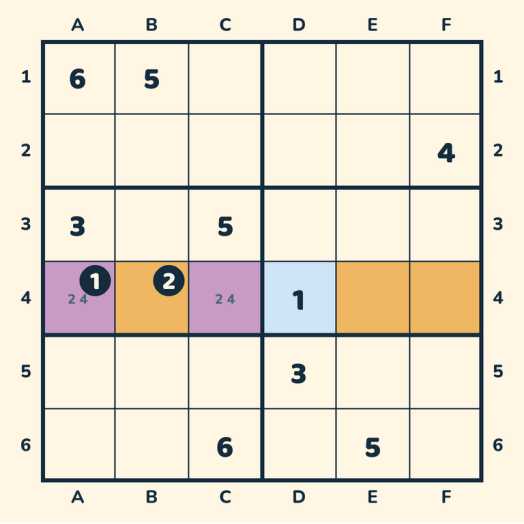

Figure D.4 — A ameixa, o par ; a laranja, as casas que ele liberta

1. Na **linha 4**, as casas **A4** e **C4** só podem levar **2 ou 4**, tanto uma como a outra. **2.** Não se sabe qual leva o quê — e não tem importância nenhuma : o 2 e o 4 estão ambos tomados por essas duas casas. **3.** Logo, mais nenhuma casa da linha os pode levar : retiram-se de **B4**, **E4** e **F4**.

É o primeiro raciocínio em que se conclui **sem saber**. Muitos alunos resistem-lhe ; vale a pena instalá-lo devagar.

D.6 — O cruzamento

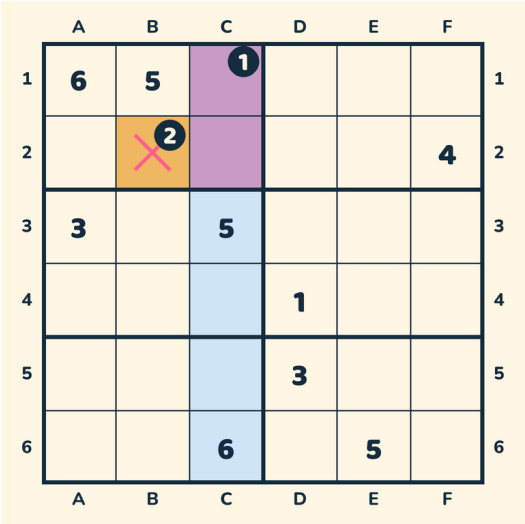

Figure D.5 — O 3 da coluna C está fechado num só bloco

1. Na **coluna C**, o **3** só pode ir para **C1** ou **C2**. **2.** Não se sabe qual das duas — mas ambas estão no mesmo **bloco**. **3.** Logo o 3 desse bloco está forçosamente na coluna C : desaparece do resto do bloco, aqui de **B2**.

O raciocínio viaja de um grupo para o outro pelo seu cruzamento. É a regra que mais vezes desbloqueia uma grelha que parece parada.

D.7 — O trio

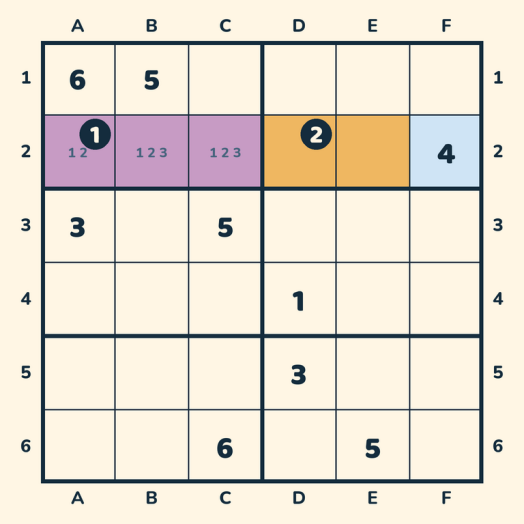

Figure D.6 — Três casas, três valores, e o resto da linha liberta-se

1. Na **linha 2**, as casas **A2**, **B2** e **C2** só levam **1**, **2** ou **3**. **2.** Esses três valores estão portanto tomados por essas três casas. **3.** Retiram-se do resto da linha : **D2** e **E2**.

É exatamente o par, com uma casa a mais. Não é uma ideia nova — é a mesma, mais demorada de ver, e é precisamente isso que a torna mais difícil.

D.8 — Servir-se delas na aula

Dois usos, e o segundo é o mais fecundo.

Nomear, uma vez. As seis regras cabem no quadro em seis linhas. Escrevê-las ali uma vez permite depois remeter para elas com uma palavra — « isso é um lugar forçado » — e poupa muitas explicações.

Fazer dizer porquê. Diante de uma casa encontrada, perguntar não o valor mas a regra : « como é que sabes ? » vale mais do que « o que é que puseste ? ». É também o que faz a lista de resolução impressa : uma linha por dedução, com a regra que a justifica.

Duas coisas a dizer aos alunos sobre isso.

Primeiro, algumas linhas não põem valor nenhum : **riscam** possibilidades — « nesta linha, estas duas casas repartem entre si o 3 e o 7, portanto nem uma nem outra noutro sítio ». É uma etapa por direito próprio, e muitas vezes a mais instrutiva.

Depois, e é o que a folha anuncia à cabeça, trata-se de **um caminho entre outros**. Não é uma precaução de estilo : numa grelha vulgar, **mais de uma casa em cada duas** pode justificar-se por pelo menos duas regras diferentes. Uma criança que proponha outra que não a impressa não está pois errada — é preciso dizer-lho, e pedir-lhe que a defenda.

Lexique

código de estado — Forma longa do código de jogo, que leva além disso o que já está escrito na grelha : os valores postos e as hipóteses a lápis. Permite transmitir um jogo começado, e portanto retomar o trabalho de um aluno tal como ele o deixou. → Chap. III, Chap. VII

código de jogo — Curta sequência de caracteres — « G4CS41OP-a30y6s-IU » — que designa uma grelha precisa : a versão do gerador, o modo, a geometria, o tamanho, o nível, as opções e o número da grelha. Digitado noutro aparelho, devolve exatamente a mesma grelha, porque o jogo a fabrica a partir dessas informações em vez de a armazenar. → Chap. III

gaiola — Grupo de casas vizinhas, rodeado por um traço, que leva uma etiqueta do género « 7+ » : os números da gaiola devem dar esse resultado por essa operação. É a restrição própria do Calcudoku, a que se junta à regra do sudoku. → Chap. I, Chap. VIII

Índice de figuras e quadros

Figures

N°	Titre	Page
2.1	O ecrã inicial : cada mosaico é uma definição, e mostra o seu valor	10
3.1	O botão **Código**, à direita de Jogar : o único sítio por onde entra um jogo	13
3.2	O QR mostrado no quadro ; a turma lê-o, cada um tem a grelha	14
4.1	Quatro casas de lado : a regra cabe num ecrã	19
5.1	As hipóteses escrevem-se em pequeno no canto da casa	23
7.1	Cada jogo guarda o seu cronómetro e o seu avanço	27
8.1	O mosaico ➗ : quatro pastilhas, e só a adição acesa	31
9.1	Os pares levam um `−` , as gaiolas maiores um `+`	34
10.1	O mosaico 🔢 : « Ao acaso », entre 1 e 10	36
10.2	Cada gaiola cabe em duas casas : cada uma é um produto	37
11.1	Os quatro sinais convivem ; a divisão escreve-se « : »	40
12.1	Dois cursores independentes : as casas, e os resultados	44
13.1	`1,5` e `3/2` designam a mesma casa ; é preciso vê-lo	46
14.1	Cada região compõe uma figura completa	49
B.1	O jogo avisa na abertura, com a percentagem e a razão	58
D.1	Azul, a linha ; laranja, a coluna ; ameixa, o bloco	63
D.2	As cruzes marcam as casas onde o 4 não pode ir	64
D.3	Uma gaiola de duas casas que tem de dar 20 multiplicando	65
D.4	A ameixa, o par ; a laranja, as casas que ele liberta	65
D.5	O 3 da coluna C está fechado num só bloco	66
D.6	Três casas, três valores, e o resto da linha liberta-se	67

Index thématique

Conduzir uma aula

correção → Chap. VII
no quadro → Chap. IV
trabalho de casa → Chap. VII
trabalho em grupos → Chap. V
trabalho individual → Chap. VI

Noções trabalhadas

adição → Chap. VIII
divisão → Chap. XI
escrita com vírgula → Chap. XIII
formas geométricas → Chap. XIV
frações → Chap. XII
subtração → Chap. IX
tabuadas → Chap. X

O jogo

código de jogo → Chap. III
demo web → Chap. II
lápis → Chap. V
QR → Chap. III
versão gratuita → Chap. II, App. B

Index alphabétique

A

adição → Chap. VIII

C

código de jogo → Chap. III
correção → Chap. VII

D

demo web → Chap. II
divisão → Chap. XI

E

escrita com vírgula → Chap. XIII

F

formas geométricas → Chap. XIV
frações → Chap. XII

L

lápis → Chap. V

N

no quadro → Chap. IV

Q

QR → Chap. III

S

subtração → Chap. IX

T

tabuadas → Chap. X
trabalho de casa → Chap. VII
trabalho em grupos → Chap. V
trabalho individual → Chap. VI

V

versão gratuita → Chap. II, App. B

Vinte e cinco alunos, cinquenta minutos, e a mesma grelha para toda a gente.

O InZeDoku é um jogo de sudoku em que é preciso calcular para deduzir. Este dossiê explica o que se faz com ele na aula : uma aula em quatro tempos — no quadro, em grupos, sozinho, em trabalho de casa — e fichas ordenadas por noção, das primeiras adições às frações e aos números com vírgula.

Cada ficha leva um código de alguns caracteres. O aluno digita-o, ou lê o QR projetado, e obtém **exatamente** a grelha da ficha. É o que permite corrigir no quadro, dar um trabalho de casa, comparar dois exercícios — e retomar o trabalho de um aluno onde ele o deixou, hesitações incluídas.

O jogo regula separadamente a dificuldade do **cálculo** e a da **dedução** : um tabuleiro de cinco casas de lado tanto pode levar as tabuadas de uma criança de nove anos como as metades de uma de sete.

Tudo o que aqui se descreve joga-se na versão gratuita. Fora de linha, sem conta, sem publicidade, sem o mínimo dado recolhido.

Nada neste dossiê é uma instrução : o senhor é que manda em sua casa.